

MÔ ĐUN ĐÀN HỒI CỦA BÊ TÔNG
ELASTIC MODULUS OF CONCRETE**PHẠM PHÚ BÌNH^{a,*}, NGUYỄN THỊ NGỌC LOAN^a**^aKhoa Xây dựng, Trường Đại học Kiến trúc Hà Nội

*Tác giả đại diện: Email: tinhhp@hau.edu.vn, 0838865855

Ngày nhận 29/12/2024, Ngày sửa 13/03/2025, Chấp nhận 17/03/2025

<https://doi.org/10.59382/j-ibst.2025.vi.vol1-3>

Tóm tắt: Bài báo tổng hợp, phân tích và bình luận về mô đun đàn hồi của bê tông E_c được xác định theo một số tiêu chuẩn thiết kế kết cấu bê tông trên thế giới. Trị số của E_c theo TCVN 5574:2018 bằng khoảng 1,42 lần trị số của E_c theo tiêu chuẩn Mỹ, Canada, Nhật Bản, New Zealand. Khi E_c nhạy cảm với các đại lượng tính toán hoặc khi các điều kiện thiết kế đạt giới hạn, thì nên chỉ định hoặc xác định E_c bằng thực nghiệm.

Từ khóa: mô đun đàn hồi, bê tông, phân tích kết cấu, cường độ chịu nén, độ võng, TCVN 5574:2018.

Abstract: This paper provides an overview, analyzes and comments on the modulus of elasticity of concrete in compression, which determined according to design standards for concrete structures in the world. The value of E_c according to Vietnamese standard TCVN 5574:2018 is about 1.42 times the value of E_c according to American, Canadian, Japanese, and New Zealand standards. When E_c is sensitive to calculated quantities or when design conditions are critical, E_c should be specified or determined by testing.

Keywords: modulus of elasticity, concrete, structural analysis, compression strength, deflection, TCVN 5574:2018.

1. Giới thiệu

Thực tế, phương pháp phân tích đàn hồi tuyến tính vẫn thường được áp dụng trong thiết kế kết cấu bê tông, bê tông cốt thép và bê tông ứng suất trước, cho cả trạng thái giới hạn về cường độ và trạng thái giới hạn về sử dụng. Mô đun đàn hồi của bê tông E_c là một tham số cơ bản, cần được xác định để sử dụng trong việc phân tích kết cấu, đặc biệt trong việc xác định ứng suất, độ võng, chuyển vị ngang, độ lệch tầng, độ co ngấn của cột nhà cao tầng, độ rung động của sàn, các đặc tính động đất như chu kỳ dao động,...

Mô đun đàn hồi của bê tông có thể được xác định bằng lý thuyết và thực nghiệm. Theo mô hình lý

thuyết, bê tông được coi như một hệ nhiều pha, vì thế mô đun đàn hồi là hàm số của các ứng xử đàn hồi của các thành phần của nó. Có thể coi bê tông là vật liệu hai pha, gồm các cốt liệu và vữa xi măng đã thủy hóa, hoặc ba pha nếu kể thêm liên kết bề mặt giữa hai pha trên. Cho mục đích thực hành, việc xác định mô đun đàn hồi của bê tông theo lý thuyết là rất phức tạp, vì E_c là một hàm số của rất nhiều tham số, gồm mô đun đàn hồi của tất cả các pha, đường kính cốt liệu lớn nhất, thể tích cốt liệu, tốc độ gia tải, điều kiện bảo dưỡng, và tuổi của bê tông.

Cách tiếp cận bằng thực nghiệm, dựa vào các thí nghiệm tĩnh và động được sử dụng rộng rãi trong thiết kế thực hành. Thí nghiệm động là thí nghiệm không phá hủy, đo mô đun tiếp tuyến ban đầu. Thí nghiệm tĩnh là thí nghiệm phá hủy các mẫu hình trụ chịu nén một trục gần đây được sử dụng để xác định E_c . Từ các thí nghiệm này, các tiêu chuẩn thiết kế kết cấu nhà giới thiệu các công thức thực nghiệm ít nhiều giống nhau. Cho cả bê tông nhẹ và bê tông nặng, cường độ thường và cường độ cao, E_c là hàm số của cường độ chịu nén f_{ck} và khối lượng riêng ρ_c của bê tông. Vì E_c sẽ triệt tiêu khi $f_{ck} \rightarrow 0$ hoặc $\rho_c \rightarrow 0$, nên các công thức thực nghiệm thường có dạng chung là $E_c = \lambda \times f_{ck}^a \times \rho_c^b$. Trị số của λ , a , b được xác định bằng phân tích hồi quy từ rất nhiều dữ liệu thí nghiệm. Số mũ a cho f_{ck} thường nằm trong khoảng 0,3 đến 0,5 (tương ứng với căn bậc ba và căn bậc hai của f_{ck}), số mũ b cho ρ_c thường bằng 2, nhưng để thiên về an toàn thì được lấy bằng 1,5. Theo Noguchi và cộng sự [1], công thức thực nghiệm của ACI 363R là $E_c = (3321 f_{ck}^{0,5} + 6895) \times (\rho_c / 2300)^{1,5}$ MPa, và của Viện kiến trúc Nhật Bản (AIJ) là $E_c = 21000 (\rho_c / 2300)^{1,5} \times (f_{ck} / 20)^{0,5}$ MPa, có số mũ $a = 0,5$. Khi f_{ck} tăng, nghĩa là cho bê tông cường độ cao, thì các công thức này cho trị số E_c vượt quá giá trị của nó. Noguchi và cộng sự đã phân tích quan hệ giữa f_{ck} và a , cho thấy $a \cong 0,5$ là phù hợp với bê tông thường, $a = 0,3 \sim 0,4$ là phù hợp hơn cho công thức tổng quát, có thể xác định E_c cho phạm vi rộng của bê tông, từ cường độ thường đến cường độ cao. Vì mô đun đàn hồi của bê tông bị ảnh hưởng rất nhiều

bởi loại cốt liệu, và nhiều nghiên cứu đã cho thấy khi bê tông có phụ gia khoáng thì mô đun đàn hồi không tăng cùng với việc tăng cường độ chịu nén, nên Noguchi và cộng sự đã đề xuất một công thức chính xác hơn, là $E_c = k_1 k_2 \times (\lambda \times f_{ck}^\alpha \times \rho_c^\beta)$, trong đó k_1 là hệ số hiệu chỉnh tương ứng với các cốt liệu thô, trong áp dụng thực hành k_1 được lấy = 1,20 cho đá vôi nghiền, bột xi măng; = 0,95 cho thạch anh nghiền, đá magma phun trào (andesite) nghiền, bazan nghiền, đá phiến sét nghiền, đá cuội nghiền; = 1,00 cho các loại cốt liệu thô khác, và k_2 là hệ số hiệu chỉnh tương ứng với các phụ gia khoáng, trong áp dụng thực hành k_2 được lấy = 0,95 cho muối silic, xỉ lò cao dạng hạt, muối tro bay; = 1,10 cho tro bay; = 1,00 cho các phụ gia khác.

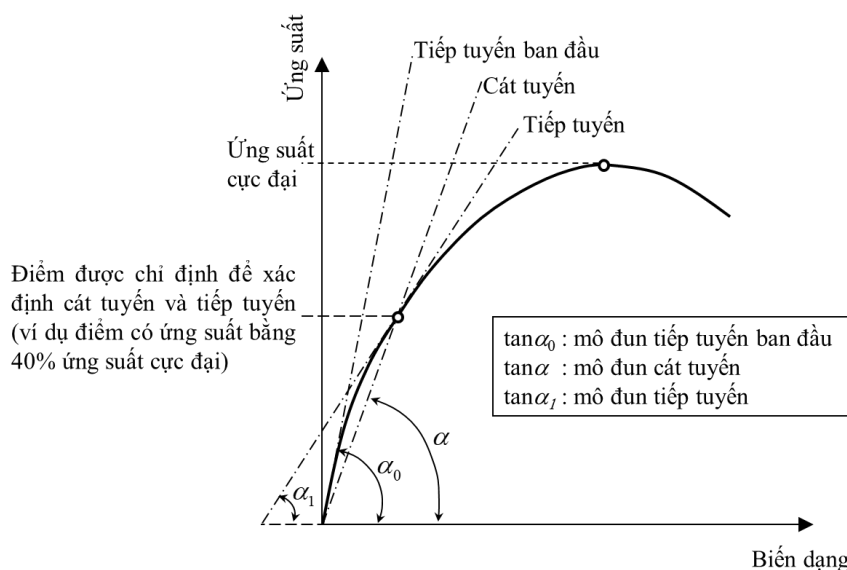
Trị số mô đun đàn hồi của bê tông dùng cho thiết kế được cho trong các tiêu chuẩn thiết kế kết cấu bê tông, trong đó một số tiêu chuẩn cho bảng tra sẵn, như [2-4, 13], một số tiêu chuẩn cho công thức thực

nghiệm xác định E_c theo cường độ chịu nén và khối lượng riêng của bê tông, như [6-8, 11-15].

2. Mô đun đàn hồi của bê tông

2.1 Khái niệm

Bê tông không phải là vật liệu đàn hồi, quan hệ ứng suất - biến dạng của bê tông khi nén là phi tuyến, mỗi điểm trên đường cong có một mô đun biến dạng. Không có một định nghĩa chính xác về mô đun đàn hồi của bê tông [16], bất kỳ giá trị nào được gán cho mô đun đàn hồi đều là áp đặt [17]. Mô đun đàn hồi của bê tông có thể được mô tả theo ba cách là (i) mô đun tiếp tuyến ban đầu - là độ dốc của đường tiếp tuyến với đường cong tại gốc, (ii) mô đun cát tuyến - là độ dốc của đường cát tuyến đi qua gốc và cắt đường cong tại một điểm được chỉ định (ví dụ điểm có ứng suất bằng 40% ứng suất cực đại) và (iii) mô đun tiếp tuyến - là độ dốc của đường tiếp tuyến với đường cong tại điểm chỉ định, Hình 1.



Hình 1. Khái niệm về mô đun đàn hồi của bê tông

Một số tiêu chuẩn “áp đặt” lấy theo mô đun tiếp tuyến ban đầu, một số khác “áp đặt” lấy theo mô đun cát tuyến, với điểm chỉ định trên đường cong là điểm có ứng suất bằng 25% (Thoman và Raeder, 1934, xem [8]), 40% (ASTM C469, CSA A23.3-14, EC2), hoặc 45% (ACI 318-19, AS 3600:2018) ứng suất cực đại. Trị số của E_c , mà các tiêu chuẩn cho rằng chấp nhận được trong áp dụng thực hành được trình bày từ mục 2.2 đến 2.9 sau đây.

2.2 Theo tiêu chuẩn Việt Nam

a) TCVN 5574:2018 [2] và tiêu chuẩn Liên bang Nga, SP 63 13330:2012 [3]

TCVN 5574:2018 [2] là tiêu chuẩn quy định các yêu cầu thiết kế kết cấu bê tông và bê tông cốt thép của nhà và công trình với các chức năng khác nhau, được biên soạn trên cơ sở tham khảo tiêu chuẩn của Liên bang Nga, SP 63 13330:2012 [3].

Bảng 10 trong [2] và bảng 6.11 trong [3], được trình bày lại như bảng 1, cho trị số mô đun đàn hồi ban đầu của bê tông nặng ở tuổi 28 ngày ứng với cấp cường độ chịu nén B của bê tông, trong đó B được định nghĩa là cường độ chịu nén đặc trưng của bê tông mẫu lập phương chuẩn, $f_{ck, cube}$ (MPa).

Bảng 1. Trị số mô đun đàn hồi ban đầu của bê tông theo tiêu chuẩn Việt Nam và tiêu chuẩn Nga

B	B15	B20	B25	B30	B35	B40	B45	B50	B55	B60	B70	B80	B90	B100
E_c (GPa)	24,0	27,5	30,0	32,5	34,5	36,0	37,0	38,0	39,0	39,5	41,0	42,0	42,5	43,0

b) TCVN 11823-5:2017 [4] và tiêu chuẩn Mỹ, AASHTO [5]

TCVN 11823-5:2017 là tiêu chuẩn thiết kế cầu đường bộ, được biên soạn trên cơ sở tham khảo tiêu chuẩn của Mỹ AASHTO LRFD Bridge Design Specifications [5]), phần 5 là quy định cho kết cấu bê tông.

Theo mục 4.2.4 trong [4], và mục 5.4.2.4 [5]: Khi không có các số liệu đo, mô đun đàn hồi E_c của các loại bê tông có tỷ trọng trong khoảng từ 1440 đến 2500 kg/m³ và cường độ nén đến 105 MPa có thể lấy như sau:

$$E_c = 0,0017K_1\rho_c^2 f_{ck}^{0,33} \text{ MPa} \quad (1)$$

trong đó: K_1 là hệ số hiệu chỉnh nguồn cốt liệu, được lấy bằng 1,0 trừ khi được xác định bằng các thí nghiệm cơ lý, và được phê duyệt bởi cơ quan có

thẩm quyền, r_c là tỷ trọng của bê tông (kg/m³), f_{ck} là cường độ nén quy định của bê tông (MPa).

TCVN 11823-5:2017 [4] không đề cập đến phần bình luận C5.4.2.4 của AASHTO [5]. C5.4.2.4 bình luận rằng công thức (1) là theo nghiên cứu của Greene và Graybeal năm 2013. Với bê tông nặng có tỷ trọng bằng 2300 kg/m³ và cường độ chịu nén thiết kế đến 70 MPa thì có thể tính E_c như công thức (3) trong bài báo này.

2.3 Theo tiêu chuẩn Trung Quốc, GB 50010:2010 [6]

Bảng 4.1.5 trong [6], được trình bày lại như bảng 2, cho trị số mô đun đàn hồi của bê tông nặng ứng với cấp cường độ chịu nén C của bê tông, trong đó C được định nghĩa là cường độ chịu nén đặc trưng của bê tông mẫu lập phương chuẩn.

Bảng 2. Trị số mô đun đàn hồi của bê tông theo tiêu chuẩn Trung Quốc

C	C15	C20	C25	C30	C35	C40	C45	C50	C55	C60	C65	C70	C75	C80
E_c (GPa)	22,0	25,5	28,0	30,0	31,5	32,5	33,5	34,5	35,5	36,0	36,5	37,0	37,5	38,0

Quan hệ giữa C (hay $f_{ck,cube}$) và E_c trong bảng 2 cho phương trình hồi quy để xác định E_c như sau [7]:

$$E_c = \frac{10^5}{2,2 + \frac{34,7}{f_{ck,cube}}} \text{ MPa} \quad (2)$$

trong đó: $f_{ck,cube}$ (MPa) là cường độ chịu nén đặc trưng của bê tông mẫu lập phương chuẩn. GB 50010:2010 không chỉ rõ E_c được xác định theo mô đun tiếp tuyến ban đầu hay mô đun cát tuyến. Trị số của E_c theo tiêu chuẩn Trung Quốc nhỏ hơn khoảng 7% đến 11% so với trị số của E_c theo tiêu chuẩn Việt Nam TCVN 5574:2018, tùy theo cấp cường độ chịu nén của bê tông.

Trị số của E_c trong bảng 2 được sử dụng với hai lưu ý sau [6]:

- Khi có cơ sở kiểm nghiệm đáng tin cậy, E_c có thể được xác định theo số liệu thực tế;
- Khi bê tông được trộn với lượng lớn phụ gia khoáng, E_c có thể được xác định theo số liệu thực tế theo tuổi quy định.

2.4 Theo tiêu chuẩn Mỹ, ACI 318-14 [8], ACI 318-19 [9] và báo cáo ACI 363R-10 [10]

Trong khi tiêu chuẩn ACI 318-14 chỉ giới thiệu công thức thực nghiệm để xác định E_c thì ACI 318-19 cho phép xác định E_c theo hai cách: công thức thực nghiệm và thí nghiệm hỗn hợp bê tông được sử dụng trong dự án, cụ thể là:

Cách 1: Cho phép tính E_c theo công thức thực nghiệm (3) hoặc (4) dưới đây (Mục 19.2.2.1 trong [9]). Các công thức này không thay đổi so với công thức tương ứng trong ACI 318-14 [6]. Mục R19.2.2.1 trong ACI 318-14 [8] bình luận rằng trị số E_c theo thí nghiệm nằm trong khoảng 80 đến 120% của trị số tính theo công thức.

Với bê tông có khối lượng riêng trong khoảng 1440 đến 2560 kg/m³, tính E_c theo công thức (3).

$$E_c = 0,043\rho_c^{1,5} \sqrt{f_{ck}} \text{ MPa} \quad (3)$$

trong đó: r_c (kg/m³) là khối lượng riêng của bê tông và f_{ck} (MPa) là cường độ chịu nén quy định của bê tông (cường độ đặc trưng của bê tông mẫu hình trụ chuẩn, xác suất đảm bảo an toàn là 99%).

Với bê tông nặng (normal weight) có khối lượng riêng là 2300 kg/m^3 , công thức (3) được viết lại như sau:

$$E_c = 4700\sqrt{f_{ck}} \text{ MPa} \quad (4)$$

Với bê tông có cấp cường độ chịu nén nhỏ hơn hoặc bằng B60 ($f_{ck}/f_{ck,cube} = 50/60 \text{ MPa}$), trị số của E_c theo công thức (4) bằng 67% đến 83% trị số của E_c theo TCVN 5574:2018, cấp cường độ càng nhỏ thì sự sai khác càng lớn. Với bê tông có cấp cường độ lớn hơn B60, trị số của E_c theo công thức (3) bằng 85% đến 100% trị số của E_c theo TCVN 5574:2018, tuy nhiên theo các bình luận trong [1, 8-10], với bê tông cường độ cao ($f_{ck} > 55 \text{ MPa}$), các công thức (3, 4) cho trị số E_c vượt quá giá trị của nó.

Các bình luận trong mục R19.2.2.1 đi kèm với cách xác định E_c bằng công thức thực nghiệm này là: (i) E_c xác định theo công thức (2) và (3) được sử dụng trong thiết kế nói chung. Công thức này biểu diễn E_c theo mô đun cát tuyến, với đường cát tuyến đi qua gốc tọa độ và điểm có ứng suất bằng 45% ứng suất cực đại. Định nghĩa này có khác biệt nhỏ so với định nghĩa trong ASTM C469, trong đó đường cát tuyến đi qua gốc tọa độ và điểm có ứng suất bằng 40% cường độ chịu nén, (ii) Mô đun đàn hồi nhạy cảm với rất nhiều yếu tố, bao gồm loại cốt liệu, thành phần bê tông, tỉ lệ cấp phối, lực dính giữa vữa và cốt liệu, và tuổi của bê tông. Sự nhạy cảm này cùng với sự thay đổi vốn có đặc trưng của các vật liệu thành phần và việc kiểm soát chất lượng khi thi công có thể dẫn đến sai khác giữa kết quả tính toán và kết quả quan trắc về độ võng, độ lệch tầng, chu kỳ dao động và các đại lượng khác mà có phụ thuộc vào E_c . Tham khảo ACI 435R để biết thêm thông tin về việc sử dụng E_c , đặc biệt khi tính toán độ võng, và (iii) E_c xác định theo công thức (3) và (4) đã được chứng minh là phù hợp với hầu hết các tính toán qua quá trình nhiều năm áp dụng. Tuy nhiên, với một số áp dụng thì các công

thức này không đủ chính xác. Có sự sai khác lớn giữa trị số E_c tính theo công thức và trị số xác định theo thí nghiệm với bê tông cường độ cao ($f_{ck} > 55 \text{ MPa}$), bê tông nhẹ hoặc các hỗn hợp có lượng cốt liệu thô thấp như bê tông tự đầm.

Cách 2: Cho phép chỉ định E_c dựa trên thí nghiệm hỗn hợp bê tông được sử dụng trong dự án (Mục 19.2.2.1 trong [9]), phù hợp với các quy định: (a) tỉ lệ hỗn hợp bê tông phù hợp với mục 26.4.3 của ACI 318-19, (b) phải kiểm soát thí nghiệm để xem E_c có đạt giá trị chỉ định hay không, (c) tuổi bê tông thí nghiệm để xác định E_c là 28 ngày hoặc được ghi trong hồ sơ xây dựng. Các bình luận trong mục R19.2.2.2 đi kèm với cách xác định E_c bằng chỉ định này là: (i) Cho mọi dự án, E_c sử dụng cho thiết kế có thể được chỉ định và kiểm tra bằng thí nghiệm. Các điều kiện thiết kế nhạy cảm với trị số của E_c có thể thí nghiệm đảm bảo, ví dụ: khi độ võng là giới hạn, nhà cao tầng hoặc các kết cấu tương tự mà biến dạng dọc trục hoặc độ cứng ngang ảnh hưởng đến đặc trưng kết cấu, và khi việc xác định E_c là quan trọng đối với độ rung động cho phép hoặc các đặc tính động đất, (ii) Trong các trường hợp, khi sự thay đổi độ cứng không dự định được có thể gây ra ảnh hưởng bất lợi đến thiết kế, ví dụ cho một số áp dụng khi tính toán động đất, người thiết kế có đủ chứng chỉ hành nghề có thể chỉ định một khoảng giá trị chấp nhận được cho E_c tại tuổi chỉ định của bê tông. Trong trường hợp này, chương trình thí nghiệm và tiêu chí chấp thuận phải được nêu rõ trong hồ sơ xây dựng, (iii) người thiết kế có đủ chứng chỉ hành nghề có thể chỉ định thí nghiệm trong phòng để xác định E_c tại nhiều độ tuổi khác nhau, điều này cho thấy sự phát triển của E_c theo thời gian không thể kiểm soát được chính xác.

Trị số của E_c tính theo công thức (3), (4) và (5) được cho trong bảng 3.

Bảng 3. Trị số mô đun đàn hồi của bê tông theo tiêu chuẩn Mỹ ACI

f_{ck} (MPa)	17	21	28	34	41	55	69	83
E_c (GPa) – ACI 318-19, (3) và (4)	19	22	25	27	30	35	39	43
E_c (GPa) – ACI 316R-10, (5)		22	24	26	28	32	34	37

Mục 6.3 trong Báo cáo ACI 363R-10 [10], giới thiệu tám công thức thực nghiệm của nhiều nhà nghiên cứu, xác định mô đun đàn hồi E_c của bê tông nặng theo cường độ chịu nén đặc trưng của bê tông

mẫu hình trụ chuẩn, f_{ck} , được viết lại theo các công thức (5) đến (12) dưới đây:

Theo Martinez và cộng sự, 1982, cho bê tông nặng có f_{ck} từ 21 đến 83 MPa.

$$E_c = 3320 f_{ck}^{0,5} + 6900 \text{ MPa} \quad (5)$$

trong công thức (5), do việc quy đổi đơn vị và làm tròn số, tùy theo tài liệu, thừa số 3320 có thể là 3300, 3321, số hạng 6900 có thể là 6895. Nguồn gốc của công thức (5) được báo cáo trong [11,12].

Theo Cook, 1989.

$$E_c = [32,297(CF) + 71,963(SF) + 3121(LN(tuổi)) + 12,391] \text{ MPa} \quad (8)$$

trong đó: CF và SF lần lượt là hệ số phụ thuộc vào loại cốt liệu và muối silic, LN là logarit tự nhiên.

Theo Tomosawa và Noguchi, 1989.

$$E_c = 3,35 \times 10^4 k_1 k_2 (\rho_c / 2400)^2 (f_{ck} / 60)^{1/3} \text{ MPa} \quad (9)$$

trong đó: k_1 là hệ số phụ thuộc vào loại cốt liệu, = 1,2 cho cốt liệu thô là đá vôi nghiền, đá bôxít canxi; = 0,95 cho thạch anh nghiền, đá bazan nghiền; = 1,0

$$E_c = 3,385 \times 10^{-5} \rho_c^{2,55} f_{ck}^{0,315} \text{ MPa} \quad (6)$$

Theo Ahmad và Shah, 1985, cho bê tông có $f_{ck} < 84 \text{ MPa}$.

$$E_c = 3,385 \times 10^{-5} \rho_c^{2,5} f_{ck}^{0,325} \text{ MPa} \quad (7)$$

Theo Berke và cộng sự, 1992.

cho các loại cốt liệu thô khác. k_2 là hệ số phụ thuộc vào phụ gia, = 0,95 cho muối silic, xi măng xỉ, muối tro bay; = 1,1 cho tro bay; = 1,0 cho các loại phụ gia khác.

Theo Radain và cộng sự, 1993.

$$E_c = 14,495 + 2176 f_{ck}^{0,5} \text{ MPa} \quad (10)$$

Theo FIP-CEB, 1990, cho bê tông có $f_{ck} < 80 \text{ MPa}$.

$$E_c = 21500 \alpha_\beta [(f_{ck} + 8)/10]^{1/3} \text{ MPa} \text{ hoặc } E_c = 21500 \alpha_\beta [f_{cm}/10]^{1/3} \text{ MPa} \quad (11)$$

trong đó: α_β là hệ số phụ thuộc vào loại cốt liệu, = 1,2 cho cốt liệu bazan và đá vôi đặc chắc, = 1,0 cho cốt liệu thạch anh, = 0,9 cho cốt liệu đá vôi, = 0,7 cho cốt liệu cát kết (sandstone), f_{cm} (MPa) là cường độ chịu nén trung bình của bê tông mẫu hình trụ chuẩn.

Theo NS 3473 (Tiêu chuẩn Naury 1992), cho bê tông có $25 \text{ MPa} < f_{ck} < 85 \text{ MPa}$:

$$E_c = 9500 f_{ck}^{0,3} \text{ MPa} \quad (12)$$

Theo quan điểm của Ủy ban ACI 363, vì dữ liệu thí nghiệm khá rời rạc nên không mong đợi mức độ chính xác cao từ các công thức (8, 10, 12).

2.5 Theo tiêu chuẩn châu Âu

Tiêu chuẩn châu Âu thế hệ 1, EN 1992-1-1:2004 [13]

Theo mục 3.1.3 trong [13], cho bê tông thường và bê tông cường độ cao, (từ C12/15 đến C90/105), mô đun đàn hồi của bê tông là mô đun đàn hồi trung bình E_{cm} , được tính gần đúng theo công thức (13).

$$E_{cm} = 22000 (f_{cm}/10)^{0,3} \text{ MPa} \quad (13)$$

trong đó: E_{cm} (MPa) là mô đun cát tuyến trung bình, đường cát tuyến cắt đường cong tại giá trị ứng suất bằng $0,4 f_{cm}$, với f_{cm} (MPa) là cường độ chịu nén trung bình của bê tông mẫu hình trụ chuẩn, với cốt liệu là thạch anh.

Trị số mô đun đàn hồi trên thay đổi khi dùng loại cốt liệu khác, với đá vôi E_c giảm 10%, với cát kết E_c

giảm 30%, với đá bazan E_c tăng 20%. Công thức (13) chính là công thức (11), nhưng áp dụng được cho cả bê tông có $f_{ck} > 80 \text{ MPa}$.

Tiêu chuẩn châu Âu thế hệ 2, EN 1992-1-1:2023 [14]

EN 1992-1-1:2023 được Ủy ban tiêu chuẩn hóa châu Âu (CEN) thông qua vào 23 tháng 7 năm 2023, sẽ được ban hành thành tiêu chuẩn quốc gia Vương quốc Anh muộn nhất vào tháng 9 năm 2027 và các tiêu chuẩn quốc gia xung đột sẽ được thu hồi muộn nhất vào tháng 3 năm 2028. Khoảng thời gian sử dụng song song hai phiên bản (thế hệ 1 và thế hệ 2) là năm năm. Trong số 10 thay đổi chính so với tiêu chuẩn thế hệ 1, cường độ của vật liệu sử dụng trong tiêu chuẩn thế hệ 2 được tăng lên, trong đó bê tông đến cấp cường độ chịu nén C100/115.

Theo mục 5.1.4 (1) trong [14], trị số của E_c nên được chỉ định và/hoặc xác định bằng thí nghiệm nếu kết cấu nhạy cảm với các sai lệch của E_c được tính theo công thức (14).

Theo mục 5.1.4 (2) trong [14], trị số gần đúng của E_c có thể tính theo công thức (14).

$$E_{cm} = k_E f_{cm}^{1/3} \text{ MPa} \quad (14)$$

Với bê tông sử dụng cốt liệu là thạch anh lấy $k_E = 9500$. Với các loại cốt liệu khác thì k_E biến thiên trong khoảng 5000 đến 13000, và được lấy theo phụ

lực quốc gia. Trị số của E_c theo công thức (14) xấp xỉ trị số của E_c theo TCVN 5574:2018 (bằng 90 đến 107%), tùy theo cấp cường độ chịu nén của bê tông.

Công thức (14) tương tự công thức (12), nhưng thay $f_{ck}^{0,3}$ bằng $f_{cm}^{1/3}$. Trị số của E_c theo công thức (13) và (14) được cho trong bảng 4.

Bảng 4. Trị số mô đun đàn hồi của bê tông theo tiêu chuẩn châu Âu

C	C12 /15	C16 /20	C20 /25	C25 /30	C30 /37	C35 /45	C40 /50	C45 /55	C50 /60	C55 /67	C60 /75	C70 /85	C80 /95	C90 /105	C100/ 115
$E_{cm} - (13)$ (GPa)	27	29	30	31	33	34	35	36	37	38	39	41	42	44	
$E_{cm} - (14)$ (GPa)	26	27	29	30	32	33	35	36	37	38	39	41	42	44	45

Vì công thức (13) và (14) đều là công thức gần đúng, nên với bê tông có cấp cường độ chịu nén dưới C40/50, E_{cm} theo hai công thức này có chút ít khác nhau.

Theo mục 3.1.2 trong [15], E_c được xác định theo một trong các cách sau:

Cách 1: Tính theo công thức (15), giá trị có thể thay đổi trong phạm vi $\pm 20\%$.

2.6 Theo tiêu chuẩn Úc, AS 3600:2018 [15]

$$\begin{aligned} f_{cmi} \leq 40 \text{ MPa: } E_c &= \rho_c^{1,5} 0,043 \sqrt{f_{cmi}} \text{ MPa} & (a) \\ f_{cmi} > 40 \text{ MPa: } E_c &= \rho_c^{1,5} (0,024 \sqrt{f_{cmi}} + 0,12) \text{ MPa} & (b) \end{aligned} \quad (15)$$

trong đó: f_{cmi} (MPa) là cường độ chịu nén hiện trường trung bình, với bê tông có $f_{ck} \leq 65$ MPa thì lấy $f_{cmi} = f_{ck} + 3$ MPa, f_{ck} (MPa) là cường độ chịu nén đặc trưng của bê tông mẫu hình trụ chuẩn, ρ_c là khối lượng riêng của bê tông (cho bê tông nặng, lấy $\rho_c = 2400 \text{ kg/m}^3$). Trị số của E_c theo (15a) bằng 80% đến 83% trị số của E_c theo TCVN 5574:2018 (cho bê tông có cấp cường độ nhỏ hơn hoặc bằng B40), và theo (15b) bằng 84% đến 94% theo TCVN 5574:2018 (cho bê tông có cấp cường độ lớn hơn B40). Công thức (15a) được biểu diễn như công thức (3), tuy nhiên

tiêu chuẩn Úc tính E_c theo cường độ chịu nén hiện trường trung bình f_{cmi} , tiêu chuẩn Mỹ tính E_c theo cường độ quy định (cường độ chịu nén đặc trưng f_{ck}), vì thế E_c theo tiêu chuẩn Úc lớn hơn E_c theo tiêu chuẩn Mỹ.

Cách 2: Xác định bằng thí nghiệm, phù hợp với AS 1012.17.

Cách 3: Xác định bằng tra bảng cho các bê tông có cấp cường độ tiêu chuẩn, như bảng 5.

Bảng 5. Trị số mô đun đàn hồi của bê tông theo tiêu chuẩn Úc (bảng 3.1.1.1 và bảng 3.1.2 trong [15])

f_{ck} (MPa)	20	25	32	40	50	65	80	100	120
$f_{ck, cube}$ (MPa)	25	32	40	50	60	80	95	120	150
f_{cm} (MPa)	25	31	39	48	59	75	91	110	128
f_{cmi} (MPa)	22	28	35	43	53	68	82	99	115
E_c (GPa)	24,0	26,7	30,1	32,8	34,8	37,4	39,6	42,2	44,4

2.7 Theo tiêu chuẩn Canada, CSA A23.3-14 [16]

Theo mục 8.6.2.1 đến 8.6.2.3 trong [16], E_c được xác định theo mô đun cắt tuyến trung bình, với ứng suất trong bê tông bằng $0,4 f_{ck}$, trong đó f_{ck} (MPa) là cường độ chịu nén đặc trưng của bê tông mẫu hình trụ chuẩn. Với bê tông có khối lượng riêng trong khoảng 1500 và 2500 kg/m^3 , E_c được tính như công thức (16).

$$E_c = (3300 \sqrt{f_{ck}} + 6900) (\rho_c / 2300)^{1,5} \text{ MPa} \quad (16)$$

Công thức (16) cũng chính là công thức số (5). Với $\rho_c = 2300 \text{ kg/m}^3$, trị số của E_c theo (16) bằng 70% đến 87% trị số của E_c theo TCVN 5574:2018, tùy theo cấp cường độ chịu nén của bê tông.

Với bê tông nặng và có cường độ chịu nén trong khoảng 20 MPa và 40 MPa thì có thể tính E_c theo công thức (17).

$$E_c = 4500\sqrt{f_{ck}} \text{ MPa} \quad (17)$$

CSA A23.3-14 chú thích, mô đun đàn hồi của bê tông bị ảnh hưởng bởi tỉ lệ cốt liệu trong hỗn hợp, mô đun đàn hồi của các cốt liệu và tốc độ gia tải. Mô đun đàn hồi của bê tông Canada nói chung là nằm trong khoảng 80% đến 120% trị số tính theo (16) và (17). Trị số của E_c theo công thức số (17) bằng $4500/4700 \approx 95\%$ trị số của E_c theo công thức số (4) trong tiêu chuẩn ACI 318-19.

2.8 Theo tiêu chuẩn New Zealand, NZS 3101:Part1:2006 [17]

Mục 5.2.3 trong [17] cho công thức tính E_c của bê tông có khối lượng riêng trong khoảng 1800 đến 2800 kg/m³ như công thức (18).

$$E_c = (3320\sqrt{f_{ck}} + 6900)(\rho_c/2300)^{1,5} \text{ MPa} \quad (18)$$

Công thức (18) cũng chính là công thức số (5) và (16). Với bê tông nặng, $\rho_c = 2300 \text{ kg/m}^3$ thì công thức (18) được viết lại như công thức (19).

$$E_c = 3320\sqrt{f_{ck}} + 6900 \text{ MPa} \quad (19)$$

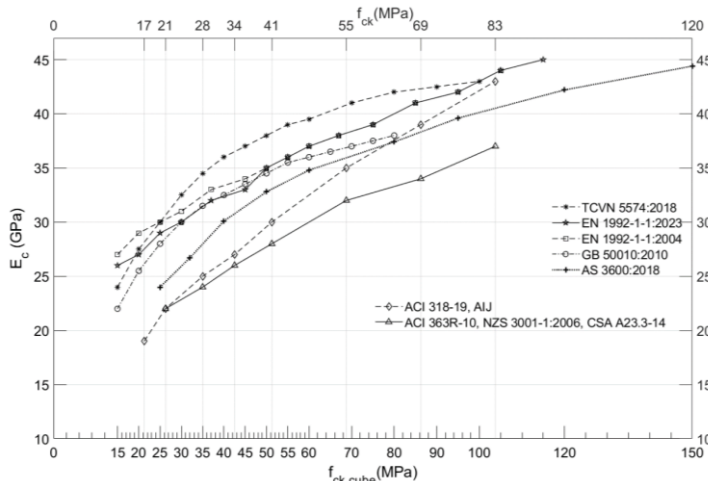
2.9 Theo Viện kiến trúc Nhật Bản - AIJ [1, 10]

Mô đun đàn hồi được xác định theo công thức (20).

$$E_c = 21000(\rho_c/2300)^{1,5} (f_{ck}/20)^{0,5} \text{ MPa} \quad (20)$$

Mặc dù công thức (20) và công thức (3) được biểu diễn khác nhau, nhưng thực chất là một công thức, vì $21000(1/2300)^{1,5} (1/20)^{0,5} = 0,043$.

Tương quan giữa E_c và $f_{ck}/f_{ck,cube}$ cho bê tông nặng, cường độ thường và cường độ cao theo mục 2.2 đến 2.9, được thể hiện trong hình 2.



Hình 2. Tương quan giữa E_c và $f_{ck}/f_{ck,cube}$ cho bê tông nặng theo các tiêu chuẩn khác nhau

Hình 2 cho thấy, trị số của E_c theo TCVN 5574:2018 lớn hơn trị số của E_c theo tất cả các tiêu chuẩn còn lại, và lớn hơn khá nhiều trị số của E_c theo tiêu chuẩn Mỹ, Canada, Nhật Bản, New Zealand.

Mức độ chênh lệch phụ thuộc vào cường độ của bê tông. Cho một bê tông cụ thể, B35, mức độ chênh lệch giữa E_c theo TCVN với E_c theo các tiêu chuẩn khác được cho trong bảng 6.

Bảng 6. So sánh E_c theo TCVN 5574:2018 với E_c theo các tiêu chuẩn khác, bê tông B35 ($f_{ck}/f_{ck,cube} = 28/35 \text{ MPa}$)

Tiêu chuẩn	TCVN 5574:2018, SP 63.13330.2012	EN 1992-1-1:2004	EN 1992-1-1:2023	GB 50010-2010	AS 3600:2018	ACI 318-19, AIJ	NZS 3001-1:2006, CSA A23.3-14
E_c (GPa)	34,5	32,0	31,0	31,5	28,0	25,0	24,0
Tỉ lệ với E_c theo TCVN	1,0	0,93	0,9	0,91	0,81	0,72	0,70

3. Kết luận

Tiêu chuẩn Việt Nam TCVN 5574:2018, tiêu chuẩn LB Nga SP 63.13330.2012 xác định mô đun đàn hồi của bê tông theo mô đun tiếp tuyến ban đầu. Các tiêu chuẩn khác (Mỹ, châu Âu, Úc, Canada, Nhật

Bản, New Zealand) xác định mô đun đàn hồi của bê tông theo mô đun cát tuyến.

Để xác định trị số của E_c , tiêu chuẩn Việt Nam (không kể TCVN 11823-5:2017), LB Nga, Trung Quốc cho bảng tra sẵn, trong đó tiêu chuẩn Trung

Quốc lưu ý có thể xác định E_c theo số liệu thí nghiệm thực tế. Các tiêu chuẩn khác (Mỹ, châu Âu, Canada, Nhật Bản, New Zealand) đều cho hai cách xác định E_c , hoặc theo công thức thực nghiệm gần đúng, hoặc theo số liệu thí nghiệm thực tế. Riêng tiêu chuẩn Úc, vừa cho bảng tra, vừa cho công thức thực nghiệm, vừa cho phép xác định E_c bằng số liệu thí nghiệm thực tế. Sử dụng công thức thực nghiệm linh hoạt hơn sử dụng bảng tra, ở chỗ công thức thực nghiệm có thể xác định được mô đun đàn hồi của mọi bê tông, kể cả các bê tông có cấp cường độ không theo tiêu chuẩn.

Theo các tiêu chuẩn Mỹ, châu Âu, Úc, Canada, Nhật Bản, New Zealand, giá trị của E_c tính theo công thức có thể sai khác $\pm 20\%$ so với E_c được xác định bằng thí nghiệm, nhưng chấp nhận được trong các áp dụng thực hành. Tuy nhiên, khi E_c nhạy cảm với các đại lượng tính toán hoặc khi các điều kiện thiết kế đạt tới hạn thì nên xác định E_c bằng thực nghiệm.

Các nhóm tiêu chuẩn khác nhau cho các trị số của E_c khác nhau, trong đó biên trên là các trị số mô đun theo tiêu chuẩn Việt Nam (không kể TCVN 11823-5:2017), biên dưới là các trị số mô đun theo tiêu chuẩn Mỹ, Nhật Bản, Canada và New Zealand. Ví dụ cho bê tông B35 (có $f_{ck}/f_{ck,cube} = 28/35$ MPa), trị số mô đun theo NZS 3001-1:2006, CSA A23.3-14 chỉ bằng 70% trị số mô đun theo TCVN 5574:2018.

Trị số của E_c theo TCVN 5574:2018 lớn hơn khá nhiều trị số của E_c theo tiêu chuẩn Mỹ, Canada, Nhật Bản, New Zealand. Khi áp dụng E_c theo TCVN 5574:2018 có thể dẫn đến sai khác giữa kết quả tính toán và kết quả quan trắc về độ võng, chuyển vị, độ lệch tầng, chu kỳ dao động và các đại lượng khác mà có phụ thuộc vào E_c . Vì vậy, khi E_c nhạy cảm với các đại lượng tính toán hoặc khi các điều kiện thiết kế đạt tới hạn, thì nên xác định E_c bằng thực nghiệm – giống như được quy định trong các tiêu chuẩn Trung Quốc, Mỹ, châu Âu, Úc, Canada, Nhật Bản và New Zealand.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Takafumi Noguchi, Fuminori Tomosawa, Kamran M. Nemati, Bernardino M. Chiaia, and Alessandro P. Fantilli (2009). *A practical equation for elastic modulus of concrete*. ACI Structural Journal, V.106, No.5, September-October.
- [2] TCVN 5574:2018. Kết cấu bê tông và bê tông cốt thép – Tiêu chuẩn thiết kế.
- [3] SP 63.13330.2012. Concrete and reinforced concrete structures, revised edition. Ministry of regional development of the Russian Federation.
- [4] TCVN 11823-5:2017. Thiết kế cầu đường bộ - Phần 5: Kết cấu bê tông.
- [5] AASHTO LRFD Bridge Design Specifications, 8th Edition. American Association of State Highway and Transportation Officials, 2017.
- [6] GB 50010-2010 (revised 2015). Code for design concrete structures. China Academy of Building Research.
- [7] X.Gu, X.Jin, Y. Zhou (2016). *Basic Principles of Concrete Structures*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg and Tongji University Press.
- [8] ACI 318-14. Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-14, an ACI Standard) and Commentary (ACI 318R-14, An ACI Report). American Concrete Institute, 2014.
- [9] ACI 318-19. Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-19, an ACI Standard) and Commentary (ACI 318R-19, Reported by ACI Committee 318). American Concrete Institute, 2019.
- [10] ACI 363R-10. Report on High-Strength Concrete, Reported by ACI Committee 363. American Concrete Institute, 2010.
- [11] R. L. Carrasquillo, A. H. Nilson, and F. O. Slate (1981), "Properties of High Strength Concrete Subject to Short Term Loads," J. ACI, vol. 78, no. 3, 1981, pp. 171–178.
- [12] F. O. Slate, A. H. Nilson, and S. Martinez (1986), "Mechanical Properties of High-Strength Lightweight Concrete," J. ACI, vol. 83, no. 4, pp. 606–613.
- [13] BS EN 1992-1-1:2004. Eurocode 2 – Design of concrete structures, Part 1-1: General rules and rules for buildings. The British Standard Institution (BSI) 2004.
- [14] BS EN 1992-1-1:2023. Eurocode 2 – Design of concrete structures, Part 1-1: General rules and rules for buildings, bridges and civil engineering structures. The British Standard Institution (BSI) 2023.
- [15] AS 3600:2018. Australian standard. Concrete structures (reissued May 2021).
- [16] CSA A23.3-14. Design of concrete structures, revised December 2015. Canadian Standards Association (CSA Group).
- [17] NZS 3001-1:2006. Concrete structures standard, Part 1 – The Design of Concrete Structures, (amandments August 2008). New Zealand Standard.
- [18] Peter LeP.Darvall, Hugh P.Brown (1976). *Fundamentals of reinforced concrete, analysis & design*. The Macmilan company of Australia Pty Ltd.
- [19] RF Warner, BV Rangan, AS Hall, KA Faulkes (1998). *Concrete Structures*. Addison Wesley Longman Australia Pty Limited.