

TÍNH TOÁN DẦM BÊ TÔNG CỐT THÉP CHỊU UỐN XIÊN SỬ DỤNG MÔ HÌNH PHI TUYẾN

TS. TRẦN NGỌC LONG, TS. PHAN VĂN PHÚC, TS. NGUYỄN TRỌNG HÀ
Trường Đại học Vinh

Tóm tắt: Dầm bê tông cốt thép (BTCT) là cấu kiện được sử dụng nhiều trong các công trình xây dựng dân dụng và công nghiệp. Nó làm việc thực tế thông thường ở trạng thái chịu uốn phẳng, tuy vậy, trong một số trường hợp đặc biệt nó vẫn chịu uốn không gian (uốn xiên). Hiện nay đã có nhiều nhà khoa học trên thế giới đưa ra phương pháp tính toán thiết kế cho dầm BTCT chịu uốn với nhiều phương pháp tính đơn giản, nhưng chúng chỉ có thể áp dụng cho các trường hợp dầm chịu uốn phẳng. Để giải quyết bài toán về trạng thái ứng suất biến dạng dầm BTCT chịu uốn xiên, người ta có thể dùng phương pháp của sức bền vật liệu đối với lý thuyết đàn hồi, còn ngược lại, đối với lý thuyết biến dạng dẻo của BTCT, hiện nay chủ yếu dùng phương pháp phần tử hữu hạn để tính toán. Với phương pháp phần tử hữu hạn thì có nhược điểm là tính toán phức tạp với nhiều phương trình và nhiều ẩn số, phụ thuộc nhiều vào các phần mềm tính toán. Bài viết này đưa ra một phương pháp tính toán đơn giản hơn, dựa trên cơ sở cân bằng lực, mô men của mặt cắt tiết diện, với phương pháp này, chúng ta có thể tìm thấy được vị trí xuất hiện vết nứt, vị trí phá hoại của bê tông vùng nén, BTCT, từ đó đưa ra phương án thiết kế, bố trí cốt thép cho dầm BTCT chịu uốn xiên. Chúng ta cũng có thể áp dụng phương pháp này với bất kỳ cấu kiện nào và với bất kỳ dạng tiết diện nào. Các tác giả đã kết hợp lý thuyết tính toán với lập trình trong phần mềm MathCad để mang lại cho người đọc một cách đơn giản và ngắn gọn nhất.

Từ khóa: Mô hình biến dạng phi tuyến, dầm chịu uốn xiên, ứng suất, biến dạng, bê tông cốt thép.

Abstract: Reinforced concrete beams are components that are widely used in civil and industrial construction. Normally, Reinforced concrete (RC) beams work practically in flat bending state; however, in some special cases it is subject to spatial bending (oblique bending). Currently, there are also many scientists in the world who have provided the design calculation methods to calculate for RC beams with many simple methods, but they only can use to cases of flat bending beams. To solve the problem of stress-strain state of RC beams under oblique bending, we can use the method of strength of materials. Otherwise, with plastic theory of RC, currently, we mainly can use finite element method

for calculation. The finite element method has the disadvantage of complex calculations with many equations and many unknowns, depending on the analysis software. This article provides a simpler method of calculation, based on the balance of force and torque of the cross section, with this method, we can find the location of cracking, destructive location of the compression zone concrete, RC, from which offers design plans, reinforced arrangements for RC beams under oblique bending. This method can also be used to any structure and to any type of section. The authors have combined analysis theory with programming in Mathcad software to bring readers the simplest and most compact way.

Key words: Model of non-linear deformation, beam under oblique bending, stress, deformation, reinforced concrete.

1. Đặt vấn đề

Như chúng ta đã biết, các dầm BTCT xuất hiện chủ yếu dưới dạng uốn phẳng, đối với những trường hợp này đã có rất nhiều nhà khoa học trên thế giới cũng như ở Việt Nam nghiên cứu phương pháp tính toán thiết kế về độ bền, độ võng, trạng thái nứt, phá hoại, từ biến, co ngót... [1, 2, 7, 8, 10, 11, 13]. Bên cạnh đó vẫn có nhiều công trình như nhà ở dân dụng, đền chùa, các công trình công cộng khác có sử dụng kết cấu dầm (xà gồ) với dạng uốn xiên. Hiện nay, để giải quyết bài toán về tính toán thiết kế dầm bê tông cốt thép chịu uốn xiên người ta có thể sử dụng lý thuyết đàn hồi như trong bài nghiên cứu của Bruno Tasca de Linhares [9, 12]. Nếu xét theo mô hình đàn dẻo với các tiêu chuẩn xây dựng Mỹ và Việt Nam (2012) thì cũng chỉ có thể sử dụng phương pháp gần đúng kèm theo các quy ước từ thực nghiệm để tính toán [4–6], chúng mang tính ứng dụng nhưng độ chính xác chưa cao. Đối với những trường hợp dầm có tác dụng tải trọng cũng như hình dạng tiết diện bất kỳ thì chỉ duy nhất dùng phương pháp phần tử hữu hạn, với nhược điểm là phương pháp phân tích tồn tại nhiều ẩn số, nhiều phương trình, dẫn đến khối lượng bài toán lớn. Để đơn giản hóa thì người ta có thể dùng sự trợ giúp của các phần mềm sử dụng

phương pháp phần tử hữu hạn (SAP, ETABS, ABAQUS, ANSYS...), nhưng đối với phương án này thì người thiết kế khó kiểm soát được quá trình cũng như kết quả mà nó mang lại.

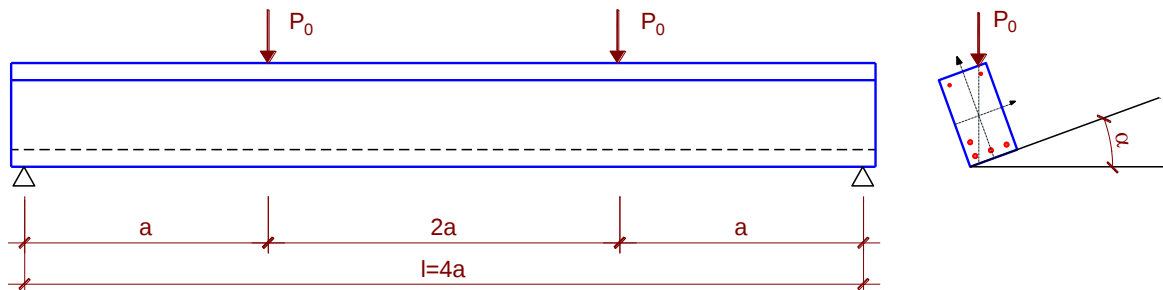
Bài viết này trình bày phương pháp tính toán trạng thái ứng suất biến dạng với việc áp dụng tiêu chuẩn Nga SP 63.13330.2018 [16] và tiêu chuẩn Việt Nam (TCVN 5574:2018) [5] để tính toán một trường hợp đại diện cho các vấn đề còn tồn tại ở trên, như là dầm BTCT có tiết diện hình chữ nhật, chịu uốn xiên. Các tác giả đã kết hợp lý thuyết tính toán với lập trình trong phần mềm MathCad để mang lại cho người đọc một cách đơn giản và ngắn gọn nhất. Với cách tính toán này cũng có một số tác giả đã áp dụng hiệu quả để giải quyết bài toán về vật liệu bê tông sợi thép như trong [14].

Tính toán kết cấu với việc sử dụng mô hình biến dạng phi tuyến được trình bày thành một quá trình lặp và nhiệm vụ này là xây dựng cách xác định giá trị gần đúng biến dạng tương đối của bê tông và cốt thép lúc cấu kiện có độ cong lớn nhất. Ngoài ra, đường cong này được xác định trong mỗi lần thay đổi mô đun biến dạng của mỗi phần tử. Quá trình lặp sẽ được dừng lại khi độ cong của trục dọc tại tiết diện

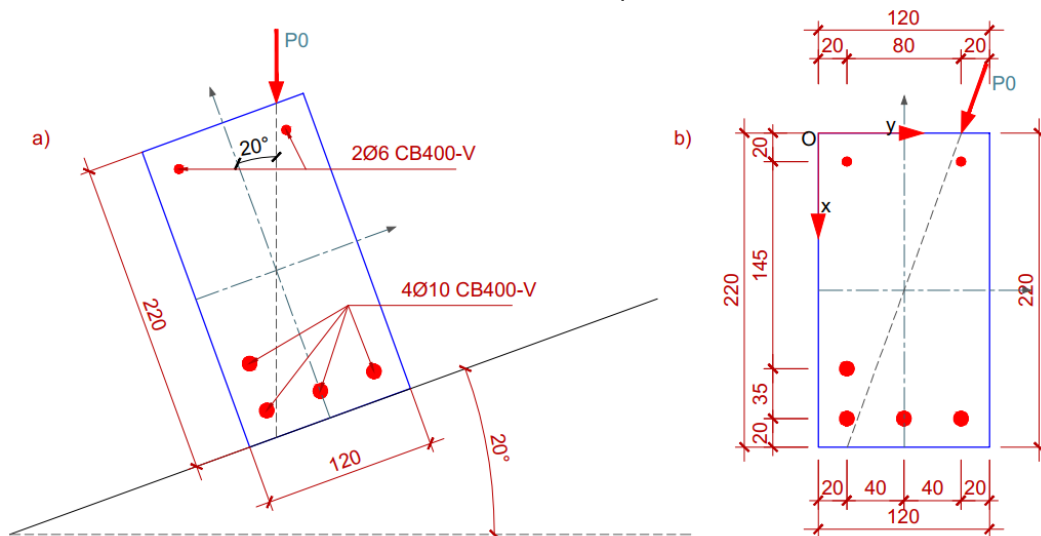
ngang đang xét của cấu kiện trong các mặt phẳng tác dụng của các mô men M_x và M_y nhỏ hơn 1%. Kết quả trạng thái ứng suất biến dạng mặt cắt tiết diện là kết quả của lần tính cuối cùng.

2. Nội dung nghiên cứu

Phương pháp tính toán được trình bày dưới dạng phân tích kết hợp với ví dụ cụ thể để làm sáng tỏ vấn đề. Việc đầu tiên là chúng ta cần xác định các dữ liệu đầu vào như tải trọng tác dụng, sơ đồ kết cấu dầm BTCT, nội lực tính toán. Để đơn giản hóa, các tác giả đã giả định là nội lực với mô men có trước (tức là có trước các giá trị chiều dài a lực tác dụng P_0 như trên hình 1), nhiệm vụ của bài viết là tính toán trạng thái ứng suất - biến dạng của mặt cắt tiết diện nguy hiểm nhất của dầm BTCT có tiết diện chữ nhật, chịu uốn xiên. Sơ đồ kết cấu và mặt cắt tiết diện đối tượng xét được mô tả như hình 1, chi tiết mặt cắt tiết diện dầm như hình 2, với hình 2a là sơ đồ bố trí cốt thép trên mặt cắt tiết diện, hình 2b sơ đồ khoảng cách các chi tiết như cốt thép, lớp bảo vệ, khoảng cách giữa các thanh cốt thép (các thông số được các tác giả giả định ban đầu).



Hình 1. Sơ đồ dầm BTCT chịu uốn xiên



Hình 2. Chi tiết mặt cắt dầm: a) Bố trí cốt thép, b) Sơ đồ chi tiết các khoảng cách

Vật liệu bê tông được chọn B15, cốt thép với mác CB400-V, đặc trưng vật lý của chúng được lấy theo tiêu chuẩn Việt Nam (TCVN) 5574:2018 như sau:

- Bê tông B15 có mô đun đàn hồi $E = 24000 \text{ MPa}$, cường độ tính toán chịu nén và chịu kéo tương ứng $R_b = 8.5 \text{ MPa}$, $R_{bt} = 0.75 \text{ MPa}$, các giá trị biến dạng tương đối: $\varepsilon_{b1,red} = 0.0015$; $\varepsilon_{b2} = 0.0035$; $\varepsilon_{bt,red} = 0.00008$; $\varepsilon_{bt2} = 0.00015$; $E_{b,red} = \frac{R_b}{\varepsilon_{b,red}} = \frac{8.5}{150 \cdot 10^{-5}} = 5666.7 \text{ MPa}$; $E_{bt,red} = \frac{R_{bt}}{\varepsilon_{bt,red}} = \frac{0.75}{8 \cdot 10^{-5}} = 9375 \text{ MPa}$.

trong đó:

- $\varepsilon_{b1,red}$ - Biến dạng tương đối lớn nhất tương ứng với giai đoạn nén đàn hồi;
- ε_{b2} - Biến dạng tương đối lớn nhất của bê tông chịu nén (lấy theo tiêu chuẩn 5574:2018);
- $\varepsilon_{bt,red}$ - Biến dạng tương đối lớn nhất tương ứng với giai đoạn kéo đàn hồi;
- ε_{bt2} - Biến dạng tương đối lớn nhất của bê tông chịu kéo (lấy theo tiêu chuẩn 5574:2018);
- $E_{b,red}$ - Mô đun biến dạng quy đổi của bê tông chịu nén;
- $E_{bt,red}$ - Mô đun biến dạng quy đổi của bê tông chịu kéo.

- Cốt thép dùng CB400-V theo tiêu chuẩn Việt Nam 5574:2018 và A400 tiêu chuẩn SP_63.13330.2018 có các thông số sau: $R_s = 350 \text{ MPa}$; $E = 2 \cdot 10^5 \text{ MPa}$; $\varepsilon_{s0} = \frac{R_s}{E_s} = \frac{350}{2 \cdot 10^5} = 1.75 \cdot 10^{-3}$; $\varepsilon_{s2} = 25 \cdot 10^{-3}$. Mô đun biến dạng ban đầu: $E_{s,red} = E_s = 2 \cdot 10^5 \text{ MPa}$.

- Mô hình biến dạng phi tuyến 2 đường thẳng của bê tông được thể hiện trên hình 3, của cốt thép được thể hiện trên hình 4.

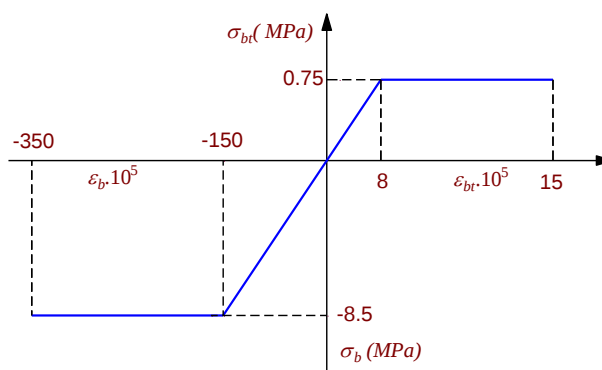
Ý nghĩa của mô hình biến dạng phi tuyến 2 đường thẳng của bê tông B15:

Đối với vùng chịu nén:

- $-150 \cdot 10^{-5} < \varepsilon_{bi} < 0$: $\sigma_{bi} = \varepsilon_{bi} \cdot E_{b,red} \text{ MPa}$; $E'_{bi} = E_{b,red} = \frac{R_b}{150 \cdot 10^{-5}} = 5666.7 \text{ MPa}$.
- $-350 \cdot 10^{-5} < \varepsilon_{bi} < -150 \cdot 10^{-5}$: $\sigma_{bi} = R_b = 8.5 \text{ MPa}$; $E'_{bi} = \frac{R_b}{\varepsilon_{bi}} = \frac{8.5}{\varepsilon_{bi}} \text{ MPa}$.
- $\varepsilon_{bi} < -350 \cdot 10^{-5}$: $\sigma_{bi} = 0$; $E'_{bi} = 0$

Đối với vùng chịu kéo:

- $0 < \varepsilon_{bti} < 8 \cdot 10^{-5}$: $\sigma_{bti} = \varepsilon_{bti} \cdot E_{bt,red} \text{ MPa}$; $E'_{bti} = E_{bt,red} = 9375 \text{ MPa}$.
- $8 \cdot 10^{-5} < \varepsilon_{bti} < 15 \cdot 10^{-5}$: $\sigma_{bti} = R_{bt} = 0.75 \text{ MPa}$; $E'_{bti} = \frac{0.75}{\varepsilon_{bti}} \text{ MPa}$.
- $15 \cdot 10^{-5} < \varepsilon_{bti}$: $\sigma_{bti} = 0$; $E'_{bti} = 0$



Hình 3. Mô hình biến dạng phi tuyến dạng 2 đường thẳng của bê tông

Cốt thép sử dụng mác CB400-V, cường độ tính toán chịu kéo và chịu nén:

Đối với vùng chịu kéo và nén:

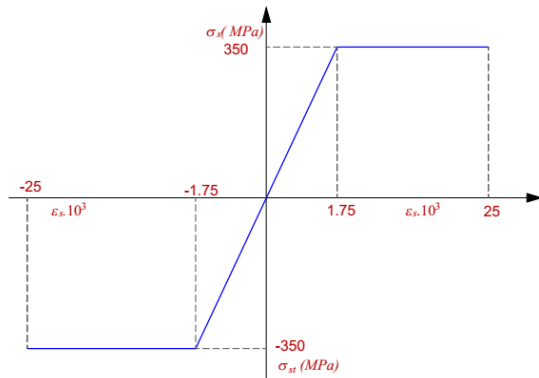
$$-1.75 \cdot 10^{-3} < \varepsilon_{si} < 1.75 \cdot 10^{-3} : \sigma_{si} = R_s \cdot \frac{\varepsilon_{si}}{\varepsilon_{s1}} = 350 \cdot \frac{\varepsilon_{si}}{1.75 \cdot 10^{-3}} \text{ MPa}; E'_{si} = E_{s,red} \text{ MPa}.$$

$$-1.75 \cdot 10^{-3} < \varepsilon_{si} < 25 \cdot 10^{-3} \text{ và } -1.75 \cdot 10^{-3} > \varepsilon_{si} > -25 \cdot 10^{-3} : \sigma_{si} = 350 \text{ MPa}; E'_s = \frac{R_s}{\varepsilon_{si}} = \frac{350}{\varepsilon_{si}} \text{ MPa}.$$

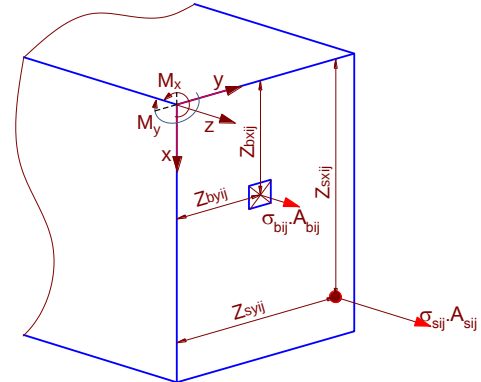
$$- \varepsilon_{si} > 25 \cdot 10^{-3} \text{ và } \varepsilon_{si} < -25 \cdot 10^{-3} : \sigma_{si} = 0, E'_s = 0$$

(Chỉ số i trong các biểu thức trên mang ý nghĩa thứ tự lần tính toán)

Mô hình biến dạng phi tuyến 2 đường thẳng của thép được thể hiện qua hình 4 dưới đây.



Hình 4. Mô hình biến dạng phi tuyến dạng 2 đường thẳng của cốt thép



Hình 5. Sơ đồ mặt cắt phần tử

Để áp dụng mô hình biến dạng phi tuyến ta chấp nhận các quan điểm tính toán sau:

- Tại các phần tử nhỏ của mặt cắt tiết diện được coi là làm việc đồng nhất, tức là biến dạng và ứng suất trong mỗi phần tử của mặt cắt tiết diện là như sau;
- Áp dụng quy luật mặt cắt tiết diện phẳng đối với dầm chịu uốn [3, 15, 16];
- Dưới tác dụng tải trọng, dầm bị uốn cong với một phương nào đó với một bán kính cong nào đó.

Với những quan niệm về tính toán như vậy, ta chia mặt cắt tiết diện thành nhiều phần nhỏ như hình 5. Chỉ số i, j là chỉ số phần tử thứ tự theo trục x và trục y (theo trục x chia làm i phần, theo trục y là j phần).

trong đó:

- $Z_{bxij}; Z_{byij}$ là khoảng cách từ tâm phần tử bê tông đến trục y và trục x ;
- $Z_{sxij}; Z_{syij}$ là khoảng cách từ tâm phần tử cốt thép đến trục y và trục x ;
- M_x, M_y : mô men của dầm đối với trục y và trục x .

Phương pháp được xây dựng dựa trên cơ sở mối quan hệ của ứng suất và biến dạng của vật liệu bê

tông và cốt thép, mối quan hệ này được sử dụng đến vòng lặp cuối cùng. Mô đun biến dạng được xác định bằng cách nhân mô đun đàn hồi với hệ số đàn hồi tương ứng. Để xác định mô đun biến dạng cho mỗi lần tính toán ta dùng các công thức sau:

$$E_{bij} = \nu_{bij} \cdot E_b = \frac{\sigma_{bij}}{\varepsilon_{bij}} \quad (1)$$

$$E_{sij} = \nu_{sij} \cdot E_s = \frac{\sigma_{sij}}{\varepsilon_{sij}} \quad (2)$$

trong đó: $E_{bij}; E_{sij}$ - lần lượt là mô đun biến dạng phần tử i, j của bê tông và cốt thép.

Công thức xác định các giá trị nội lực các định theo [16]:

$$M_x = D_{11} \cdot \frac{1}{r_x} + D_{12} \cdot \frac{1}{r_y} + D_{13} \cdot \varepsilon_0 \quad (3)$$

$$M_y = D_{21} \cdot \frac{1}{r_x} + D_{22} \cdot \frac{1}{r_y} + D_{23} \cdot \varepsilon_0 \quad (4)$$

$$N = D_{31} \cdot \frac{1}{r_x} + D_{32} \cdot \frac{1}{r_y} + D_{33} \cdot \varepsilon_0 \quad (5)$$

Trong đó: ε_0 là biến dạng tương đối của góc tọa độ được chọn, các hệ số $D_{m,n}; (m, n = 1, 2, 3)$ trong các công thức (3, 4, 5) có thể được viết lại như sau:

$$D_{11} = \sum_i \sum_j A_{bij} \cdot Z_{bxij}^2 \cdot E_{bij} + \sum_i \sum_j A_{sij} \cdot Z_{sxij}^2 \cdot E_{sij} \quad (6)$$

$$D_{22} = \sum_i \sum_j A_{bij} \cdot Z_{byij}^2 \cdot E_{bij} + \sum_i \sum_j A_{sij} \cdot Z_{syij}^2 \cdot E_{sij} \quad (7)$$

$$D_{12} = \sum_i \sum_j A_{bij} \cdot Z_{bxij} \cdot Z_{byij} \cdot E_{bij} + \sum_i \sum_j A_{sij} \cdot Z_{sxij} \cdot Z_{syij} \cdot E_{sij} \quad (8)$$

$$D_{13} = \sum_i \sum_j A_{bij} \cdot Z_{bxij} \cdot E_{bij} + \sum_i \sum_j A_{sij} \cdot Z_{sxij} \cdot E_{sij} \quad (9)$$

$$D_{23} = \sum_i \sum_j A_{bij} \cdot Z_{byij} \cdot E_{bij} + \sum_i \sum_j A_{sij} \cdot Z_{syij} \cdot E_{sij} \quad (10)$$

$$D_{33} = \sum_i \sum_j A_{bij} \cdot E_{bij} + \sum_i \sum_j A_{sij} \cdot E_{sij} \quad (11)$$

Biến dạng tương đối của mỗi phần tử bê tông và cốt thép được xác định theo các công thức (12), (13) sau:

$$\varepsilon_{bij} = \frac{1}{r_x} \cdot Z_{bxij} + \frac{1}{r_y} \cdot Z_{byij} + \varepsilon_0 \quad (12)$$

$$\varepsilon_{sij} = \frac{1}{r_x} \cdot Z_{sxij} + \frac{1}{r_y} \cdot Z_{syij} + \varepsilon_0 \quad (13)$$

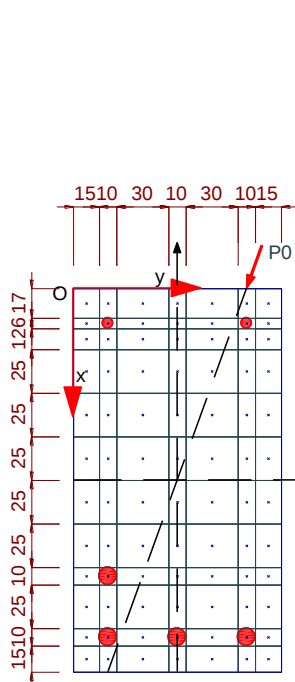
Trong lần tính toán đầu tiên ta sử dụng các mô đun biến dạng E_{bij}, E_{sij} trong các công thức (6) ÷ (11) như sau:

- Đối với bê tông: $E_{bij} = E_{b,red}$ (Theo tiêu chuẩn Nga [16]);
- Đối với cốt thép: $E_{sij} = E_s$.

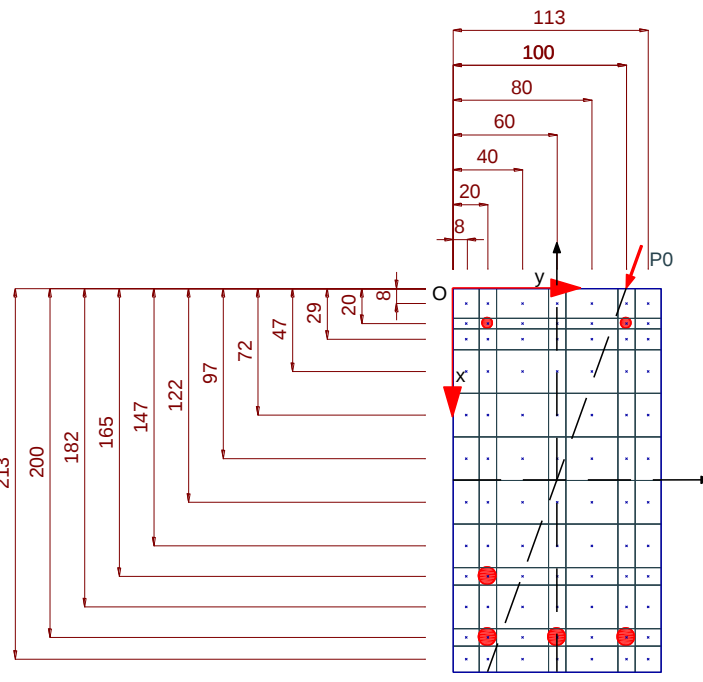
Trong các lần tính toán tiếp theo, phương pháp tính toán được lặp lại nhưng giá trị mô đun biến dạng

được lấy theo công thức (1) và (2). Kết quả cuối cùng của bài toán là khi mà không tồn tại độ lệch của độ cong tâm các phần tử trong mặt phẳng uốn, như vậy, bài toán sẽ có nhiều lần tính toán, trong phạm vi ứng dụng, kết quả của quá trình tính toán được chấp nhận khi độ cong nhỏ hơn 1%. Kết quả ứng suất - biến dạng của bước đó được chấp nhận là kết quả cuối cùng và bài toán tính toán trạng thái ứng suất biến dạng của mặt cắt kết cấu được kết thúc.

Thực hành tính toán với dầm chịu uốn xiên như trên, quá trình chia nhỏ mặt cắt tiết diện như hình 6, hệ tọa độ chọn và tọa độ trọng tâm các phần tử thể hiện như trên hình 7, gốc tọa độ O được chọn ở góc bên trái phía trên tiết diện, trục X là trục đứng hướng xuống, trục Y là trục ngang.



Hình 6. Chia nhỏ phần tử tiết diện



Hình 7. Tọa độ các phần tử

Vì là tiết diện hình chữ nhật nên ta sẽ dễ dàng xác định được các thông số về kích thước, diện tích, tọa độ trọng tâm của các phần tử, trên trục x được chia làm 12 phần, trên trục y là 7 phần. Để đơn giản hóa các tác giả đã đề xuất sử dụng phép toán ma trận để xử lý yêu cầu và chúng được thành lập trong phần mềm Mathcad 15.

Mô men lớn nhất giữa dầm được chọn giá trị $M = 5 \cdot 10^6 \text{ N.mm}$, các giá trị tương ứng $M_x = -4.698 \cdot 10^6 \text{ N.mm}$, $M_y = 1.71 \cdot 10^6 \text{ N.mm}$, (với giả thiết góc nghiêng của lực tác dụng P_0 bằng 20°) lực dọc $N = 0$. Với các tham số $m=12$, $n=7$ ta có ma trận kích thước các phần tử bê tông theo trục X và trục Y như sau:

```
Xb := for i ∈ 1..m
      for j ∈ 1..n
        Xbi,j ← 17 if i = 1
        Xbi,j ← 6  if i = 2
        Xbi,j ← 12 if i = 3
        Xbi,j ← 10 if i = 9
        Xbi,j ← 10 if i = 11
        Xbi,j ← 15 if i = 12
        Xbi,j ← 25 otherwise
      Xb
```

```
Yb := for i ∈ 1..m
      for j ∈ 1..n
        Ybi,j ← 15 if j = 1 ∨ j = 7
        Ybi,j ← 10 if j = 2 ∨ j = 6 ∨ j = 4
        Ybi,j ← 30 if j = 3 ∨ j = 5
      Yb
```

Ma trận khoảng cách từ các tâm của các phần tử đến các trục tọa độ và ma trận diện tích bê tông:

```
Zbx := for i ∈ 1..m
      for j ∈ 1..n
        Zbxi,j ← 8  if i = 1
        Zbxi,j ← 20 if i = 2
        Zbxi,j ← 29 if i = 3
        Zbxi,j ← 47 if i = 4
        Zbxi,j ← 72 if i = 5
        Zbxi,j ← 97 if i = 6
        Zbxi,j ← 122 if i = 7
        Zbxi,j ← 147 if i = 8
        Zbxi,j ← 165 if i = 9
        Zbxi,j ← 182 if i = 10
        Zbxi,j ← 200 if i = 11
        Zbxi,j ← 213 if i = 12
      Zbx
```

```
Zby := for i ∈ 1..m
      for j ∈ 1..n
        Zbyi,j ← 8  if j = 1
        Zbyi,j ← 20 if j = 2
        Zbyi,j ← 40 if j = 3
        Zbyi,j ← 60 if j = 4
        Zbyi,j ← 80 if j = 5
        Zbyi,j ← 100 if j = 6
        Zbyi,j ← 113 if j = 7
      Zby
```

```

Ab :=
  for i ∈ 1..m
    for j ∈ 1..n
      Abi,j ← Xbi,j · Ybi,j
      Abi,j ← Abi,j - Asi,j
    Ab

```

Ma trận mô đun đàn hồi và diện tích cốt thép, các vị trí không có cốt thép thì bằng 0.

```

Es :=
  for i ∈ 1..m
    for j ∈ 1..n
      Esi,j ← Es92 if (i = 9 ∧ j = 2) ∨ (i = 11 ∧ j = 2) ∨ (i = 11 ∧ j = 4) ∨ i = 11 ∧ j = 6
      Esi,j ← Es22 if (i = 2 ∧ j = 6) ∨ i = j = 2
      Esi,j ← 0 otherwise
    Es
As :=
  for i ∈ 1..m
    for j ∈ 1..n
      Asi,j ← As92 if (i = 9 ∧ j = 2) ∨ (i = 11 ∧ j = 2) ∨ (i = 11 ∧ j = 4) ∨ i = 11 ∧ j = 6
      Asi,j ← As22 if (i = 2 ∧ j = 6) ∨ i = j = 2
      Asi,j ← 0 otherwise
    As

```

Ma trận biến dạng của các phần bê tông và cốt thép thu được như sau:

$$\varepsilon_b := \frac{1}{r_x} \cdot Z'by + \frac{1}{r_y} \cdot Z'bx + \varepsilon_0$$

Ma trận biến dạng của các phần tử thép:

```

εs :=
  for i ∈ 1..m
    for j ∈ 1..n
      εsi,j ←  $\frac{1}{r_x} \cdot Z'sy_{i,j} + \frac{1}{r_y} \cdot Z'sx_{i,j} + \varepsilon_0$  if (i = 9 ∧ j = 2) ∨ (i = 11 ∧ j = 2) ∨ (i = 11 ∧ j = 4) ∨ i = 11 ∧ j = 6
      εsi,j ←  $\frac{1}{r_x} \cdot Z'sy_{i,j} + \frac{1}{r_y} \cdot Z'sx_{i,j} + \varepsilon_0$  if (i = 2 ∧ j = 6) ∨ i = j = 2
      εsi,j ← 0 otherwise
    εs

```

Ma trận ứng suất tương ứng trong các phần tử tiết diện bê tông và cốt thép:

```

σb :=
  for i ∈ 1..m
    for j ∈ 1..n
      σbi,j ← 0 if εbi,j < -3.5 · 10-3 ∨ εbi,j > 15 · 10-5
      σbi,j ← -Rb if -3.5 · 10-3 ≤ εbi,j ≤ -1.5 · 10-3
      σbi,j ← εbi,j · Ebred if -(1.5 · 10-3) < εbi,j ≤ 0
      σbi,j ← εbi,j · Ebtred if 0 < εbi,j ≤ 8 · 10-5
      σbi,j ← Rbt if 8 · 10-5 ≤ εbi,j ≤ 15 · 10-5
    σb

```

```

 $\sigma_s :=$ 
for i ∈ 1..m
  for j ∈ 1..n
     $\sigma_{i,j} \leftarrow 0$  if  $\varepsilon_{s,i,j} < -25 \cdot 10^{-3} \vee \varepsilon_{s,i,j} > 25 \cdot 10^{-3}$ 
     $\sigma_{i,j} \leftarrow -R_s$  if  $-25 \cdot 10^{-3} \leq \varepsilon_{s,i,j} \leq -1.75 \cdot 10^{-3}$ 
     $\sigma_{i,j} \leftarrow \varepsilon_{s,i,j} \cdot E_{s,i,j}$  if  $-(1.75 \cdot 10^{-3}) < \varepsilon_{s,i,j} \leq 1.75 \cdot 10^{-3}$ 
     $\sigma_{i,j} \leftarrow R_s$  if  $1.75 \cdot 10^{-3} \leq \varepsilon_{s,i,j} \leq 25 \cdot 10^{-3}$ 
  end for
end for

```

Sau khi tính được ma trận ứng suất và biến dạng các phần tử, ta tiếp tục tiến hành thực hiện cho lần tiếp theo, lúc này mô đun biến dạng của chúng sẽ thay đổi, và kết quả thu được như sau (bảng 5, 6):

```

Eb :=
for i ∈ 1..m
  for j ∈ 1..n
     $E_{b,i,j} \leftarrow \frac{\sigma_{b,i,j}}{\varepsilon_{b,i,j}}$ 
  end for
end for

Es :=
for i ∈ 1..m
  for j ∈ 1..n
     $E_{s,i,j} \leftarrow \frac{\sigma_{s,i,j}}{\varepsilon_{s,i,j}}$  if  $(i = 9 \wedge j = 2) \vee (i = 11 \wedge j = 2) \vee i = 11 \wedge j = 4$ 
     $E_{s,i,j} \leftarrow \frac{\sigma_{s,i,j}}{\varepsilon_{s,i,j}}$  if  $(i = 11 \wedge j = 6) \vee (i = 2 \wedge j = 6) \vee i = j = 2$ 
     $E_{s,i,j} \leftarrow 0$  otherwise
  end for
end for

```

3. Kết quả tính toán

Giá trị ứng suất, biến dạng, mô đun biến dạng của bê tông và cốt thép được thể hiện trong các bảng, kết quả tính được lấy từ phần mềm MathCad

15, các bảng kết quả được hiểu như một ma trận có 12 hàng và 7 cột, và giá trị trong mỗi ô của bảng tương ứng với giá trị tại tâm các phần tử tiết diện như hình 6 và 7.

Kết quả tính toán cho lần thứ nhất nhận được như sau: $\frac{1}{r_x} = -2.239 \cdot 10^{-5}$, $\frac{1}{r_y} = 1.533 \cdot 10^{-5}$,

$\varepsilon_0 = 1.996 \cdot 10^{-4}$. Tọa độ trọng tâm tiết diện: $X_0 = 128mm$; $Y_0 = 56.8mm$.

Bảng 1. Biến dạng tại tâm các phần tử bê tông lần thứ nhất

	1	2	3	4	5	6	7
1	-3.63E-4	-4.17E-4	-5.06E-4	-5.95E-4	-6.84E-4	-7.74E-4	-8.32E-4
2	-2.85E-4	-3.38E-4	-4.28E-4	-5.17E-4	-6.06E-4	-6.96E-4	-7.54E-4
3	-2.26E-4	-2.8E-4	-3.69E-4	-4.58E-4	-5.48E-4	-6.37E-4	-6.95E-4
4	-1.09E-4	-1.62E-4	-2.52E-4	-3.41E-4	-4.3E-4	-5.19E-4	-5.77E-4
5	5.44E-5	8.51E-7	-8.85E-5	-1.78E-4	-2.67E-4	-3.56E-4	-4.14E-4
6	2.17E-4	1.64E-4	7.46E-5	-1.47E-5	-1.04E-4	-1.93E-4	-2.51E-4
7	3.81E-4	3.27E-4	2.38E-4	1.48E-4	5.9E-5	-3.03E-5	-8.83E-5
8	5.44E-4	4.9E-4	4.01E-4	3.11E-4	2.22E-4	1.33E-4	7.47E-5
9	6.61E-4	6.07E-4	5.18E-4	4.29E-4	3.39E-4	2.5E-4	1.92E-4
10	7.72E-4	7.18E-4	6.29E-4	5.4E-4	4.5E-4	3.61E-4	3.03E-4
11	8.89E-4	8.36E-4	7.46E-4	6.57E-4	5.68E-4	4.78E-4	4.2E-4
12	9.74E-4	9.2E-4	8.31E-4	7.42E-4	6.52E-4	5.63E-4	5.05E-4

Bảng 2. Biến dạng tại tâm các phần tử cốt thép lần thứ nhất

	1	2	3	4	5	6	7
1	0	0	0	0	0	0	0
2	0	-3.38e-4	0	0	0	-6.06e-4	0
3	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0
9	0	6.07e-4	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0
11	0	8.36e-4	0	6.57e-4	0	4.78e-4	0
12	0	0	0	0	0	0	0

Bảng 3. Ứng suất tại tâm các phần tử bê tông lần thứ nhất

	1	2	3	4	5	6	7
1	-2.057	-2.360	-2.866	-3.373	-3.879	-4.385	-4.714
2	-1.613	-1.917	-2.423	-2.929	-3.435	-3.941	-4.270
3	-1.281	-1.584	-2.090	-2.596	-3.103	-3.609	-3.938
4	-0.615	-0.919	-1.425	-1.931	-2.437	-2.943	-3.272
5	0.510	0.008	-0.501	-1.007	-1.513	-2.020	-2.348
6	0.000	0.000	0.699	-0.083	-0.590	-1.096	-1.425
7	0.000	0.000	0.000	0.750	0.553	-0.172	-0.501
8	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.750	0.700
9	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
10	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
11	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
12	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

Bảng 4. Ứng suất tại tâm các phần tử cốt thép lần thứ nhất

	1	2	3	4	5	6	7
1	0	0	0	0	0	0	0
2	0	-67.7	0	0	0	-121	0
3	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0
9	0	121	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0
11	0	167	0	131	0	95.7	0
12	0	0	0	0	0	0	0

Bảng 5. Mô đun biến dạng của các phần tử bê tông sau lần tính thứ nhất

	1	2	3	4	5	6	7
1	5667	5667	5667	5667	5667	5667	5667
2	5667	5667	5667	5667	5667	5667	5667
3	5667	5667	5667	5667	5667	5667	5667
4	5667	5667	5667	5667	5667	5667	5667
5	9375	9375	5667	5667	5667	5667	5667
6	0	0	9375	5667	5667	5667	5667
7	0	0	0	5057	9375	5667	5667
8	0	0	0	0	0	5650	9375
9	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0

Bảng 6. Mô đun biến dạng của các phần tử cốt thép sau lần tính thứ nhất

	1	2	3	4	5	6	7
1	0	0	0	0	0	0	0
2	0	2.00E+05	0	0	0	2.00E+05	0
3	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0
9	0	2.00E+05	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0
11	0	2.00E+05	0	2.00E+05	0	2.00E+05	0
12	0	0	0	0	0	0	0

Tiến hành tương tự các bước như trên, với sự thay đổi của mô đun biến dạng ta thu được kết quả như sau:

Kết quả tính toán cho lần thứ hai nhận được như sau: $\frac{1}{r_x} = -1.8 \cdot 10^{-5}$, $\frac{1}{r_y} = 1.17 \cdot 10^{-5}$, $\varepsilon_0 = 1.145 \cdot 10^{-4}$.

Tọa độ tâm trung hòa tiết diện: $X_0 = 111mm$; $Y_0 = 58.9mm$.

Độ lệch của nghịch đảo bán kính cong:

$$\delta_{x1} = \frac{-1.8 \cdot 10^{-5} + 2.239 \cdot 10^{-5}}{-2.239 \cdot 10^{-5}} = 19.6\%; \delta_{y1} = \frac{1.533 \cdot 10^{-6} - 1.17 \cdot 10^{-6}}{1.533 \cdot 10^{-6}} = 23.67\%, \text{ với kết quả này cần tiến}$$

hành tính toán cho lần tiếp theo.

Kết quả tính toán cho lần thứ ba nhận được như sau: $\frac{1}{r_x} = -1.81 \cdot 10^{-5}$, $\frac{1}{r_y} = 1.15 \cdot 10^{-5}$, $\varepsilon_0 = 1.04 \cdot 10^{-4}$.

Tọa độ trọng tâm tiết diện: $X_0 = 111mm$; $Y_0 = 58.5mm$. Ma trận biến dạng của các phần bê tông và cốt thép thu được như sau.

Độ lệch của nghịch đảo bán kính:

$$\delta_{x1} = \frac{-1.8 \cdot 10^{-5} + 1.81 \cdot 10^{-5}}{-1.8 \cdot 10^{-5}} = 0.56\%; \delta_{y1} = \frac{1.17 \cdot 10^{-6} - 1.15 \cdot 10^{-6}}{1.17 \cdot 10^{-6}} = 1.7\%, \text{ với kết quả này cần tiến hành}$$

tính toán cho lần tiếp theo.

Kết quả tính toán cho lần thứ tư nhận được như sau: $\frac{1}{r_x} = -1.81 \cdot 10^{-5}$, $\frac{1}{r_y} = 1.15 \cdot 10^{-5}$, $\varepsilon_0 = 1.04 \cdot 10^{-4}$.

Tọa độ trọng tâm tiết diện: $X_0 = 111mm$; $Y_0 = 58.5mm$. Ma trận biến dạng của các phần bê tông và cốt thép thu được như sau.

Độ lệch của nghịch đảo bán kính:

$$\delta_{x1} = \frac{-1.81 \cdot 10^{-5} + 1.81 \cdot 10^{-5}}{-1.8 \cdot 10^{-5}} = 0\%; \delta_{y1} = \frac{1.15 \cdot 10^{-6} - 1.15 \cdot 10^{-6}}{1.15 \cdot 10^{-6}} = 0\%, \text{ với kết quả này bài toán hội tụ,}$$

kết quả được chấp nhận.

Kết quả trạng thái ứng suất, biến dạng của các phần tử bê tông, cốt thép trên mặt cắt tiết diện nguy hiểm nhất của dầm chịu uốn xiên được thể hiện trong các bảng kết quả sau:

Bảng 7 thể hiện biến dạng tương đối tại tâm các phần tử bê tông.

Bảng 8 thể hiện biến dạng tương đối của cốt thép.

Bảng 9 thể hiện ứng suất tại tâm các phần tử bê tông.

Bảng 10 thể hiện ứng suất tại các phần tử cốt thép.

Đến đây, quá trình tính toán trạng thái ứng suất biến dạng của dầm bị uốn xiên được coi là kết thúc.

Bảng 7. Biến dạng tương đối của các phần tử bê tông sau lần tính thứ 4

	1	2	3	4	5	6	7
1	-2.91	-3.29	-3.92	-4.54	-5.17	-5.79	-6.2
2	-2.32	-2.7	-3.32	-3.95	-4.58	-5.2	-5.61
3	-1.88	-2.25	-2.88	-3.51	-4.13	-4.76	-5.17
4	-9.88e-1	-1.36	-1.99	-2.62	-3.24	-3.87	-4.28
5	4.07e-1	-1.3e-1	-7.56e-1	-1.38	-2.01	-2.63	-3.04
6	0	0	7.5e-1	-1.48e-1	-7.74e-1	-1.4	-1.81
7	0	0	0	0	7.5e-1	-1.66e-1	-5.73e-1
8	0	0	0	0	0	0	7.5e-1
9	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0

Bảng 8. Biến dạng tương đối của các phần tử cốt thép sau lần tính thứ 4

	1	2	3	4	5	6	7
1	0	0	0	0	0	0	0
2	0	-95.2	0	0	0	-162	0
3	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0
9	0	157	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0
11	0	218	0	174	0	130	0
12	0	0	0	0	0	0	0

4. Thảo luận kết quả và thảo luận

Quan sát vào bảng kết quả ứng suất tại các phần tử bê tông cốt thép, các giá trị tương ứng với các vị trí phần tử được chia nhỏ, ta thấy các vết nứt xuất hiện ở phần phía dưới dầm, các vết nứt bên trái dài hơn các vết nứt nằm bên phải tiết diện. Ứng suất trong phần nén bê tông và trong cốt thép (cả kéo và nén) chưa đạt đến cường độ tính toán. Vì vậy dầm thỏa mãn điều kiện độ bền (Trạng thái giới hạn 1).

Đường trung hòa đối với tiết diện dầm uốn xiên không giống với dầm uốn phẳng, nó bị nghiêng so với phương ngang một góc nào đó.

Với kết quả thu được, ta có thể rút ra những kết luận sau:

- Phương pháp tính toán của bài viết này trình bày cách tính toán trạng thái ứng suất biến dạng của dầm BTCT chịu uốn xiên, cùng với vị trí xuất hiện vết nứt;
- Phương pháp này có thể áp dụng cho các trường hợp đặc biệt khác;
- Kết quả cuối cùng thể hiện được cách chọn vật liệu, bố trí cốt thép hợp lý hay chưa, từ đó chỉnh sửa lại kết quả thiết kế sơ bộ ban đầu;

- So sánh với TCVN 5574:2012 thì sơ bộ đánh giá là kết quả có sự phù hợp về phương diện vị trí kéo, nén, cũng như dạng đường trung hòa của tiết diện thẳng góc;

- Với cách giải quyết bài toán là chia nhỏ phần tử tiết diện thì kích thước càng nhỏ, ta càng thu được kết quả càng chính xác, nhưng nếu như vậy thì khối lượng bài toán lớn hơn, trong phạm vi kỹ thuật xây dựng có thể không cần chú ý đến việc chia phần tử quá nhỏ mà kết quả vẫn được chấp nhận.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Minh P.Q., Phong N.T. (2019), Kết cấu bê tông cốt thép: thiết kế theo tiêu chuẩn Châu Âu, Nhà Xuất bản Xây dựng, 165 trang.
2. Minh P.Q., Phong N.T., Công N.Đ. (2006), Kết cấu bê tông cốt thép phần cấu kiện cơ bản, Nhà Xuất bản Xây dựng, 394 trang.
3. TCVN – 5574 (2018), Thiết kế kết cấu bê tông và bê tông cốt thép, 195 trang.
4. ACI 318-11 (2011), Building code requirements for structural concrete, American Concrete Institute.

5. Hu B., Wu Y.F. (2017), Quantification of shear cracking in reinforced concrete beams, *Engineering Structures*, vol 147, pp 666–678.
 6. Li L.Z. và c.s. (2018), Numerical simulation of the shear capacity of bolted side-plated RC beams, *Engineering Structures*, vol 171, pp 373–384.
 7. Linhares B.T. (2014), de Numerical analysis of reinforced concrete asymmetric cross-section beams under oblique bending, *Dictionary Geotechnical Engineering, Wörterbuch GeoTechnik*, № 1, vol 84, p 1177–1177.
 8. Opbul E.K., Dmitriev D.A., Phuc P. Van (2018), Practical calculation of flexible members with the use of non-linear deformation model as exemplified by typical girder RGD 4.56-90, *Architecture and Engineering*. 2018, № 3 vol 3, pp. 29–41.
 9. Gandomi, A. H., Yun, G. J., & Alavi, A. H. (2013), An evolutionary approach for modeling of shear strength of RC deep beams, *Materials and Structures*, №46, vol 12, pp 2109-2119.
 10. Байков В.Н., Сигалов Э.Е.(1991), Железобетонные конструкции (Общий курс), М.: Стройиздат, 767р.
 11. Здоренко В.С.(1979), Расчет железобетонных конструкций с учетом образования трещин МКЭ, *Сопротивление материалов и теория сооружений*, № 32, pp. 102–106.
 12. Морозов В.И., Опбул Э.К. (2016), Расчет изгибаемых сталефиброжелезобетонных элементов по нелинейной деформационной модели с использованием опытных диаграмм деформирования сталефибробетона, *Вестник Гражданских Инженеров*, vol 5, pp. 51–55.
 13. Морозов В.И., Опбул Э.К., Фук Ф.В.(2018), К расчету толстых конических плит на действие равномерно распределенной, *Вестник Гражданских Инженеров*, № 2 (15), с 66–73.
 14. СП 63.13330.2018 *Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения. СНиП 52-01-2003.*
- Ngày nhận bài:** 21/5/2020.
- Ngày nhận bài sửa lần cuối:** 17/6/2020.