

**TỐI ƯU ĐA MỤC TIÊU GIÀN THÉP PHI TUYẾN CÓ BIẾN THIẾT KẾ
LIÊN TỤC BẰNG THUẬT TOÁN NSGA-II**
MULTI-OBJECTIVE OPTIMIZATION OF NONLINEAR INELASTIC STEEL TRUSSES
WITH CONTINUOUS DESIGN VARIABLES USING NSGA-II

MAI SỸ HÙNG^{a*}

^aKhoa Công trình thủy, Trường Đại học Xây dựng Hà Nội

*Tác giả liên hệ: Email: hungms@huce.udn.vn

Ngày nhận bài: 21/11/2022, Sửa xong: 19/12/2022, Chấp nhận đăng: 21/12/2022

Tóm tắt: Cùng sự phát triển nhanh chóng của kỹ thuật máy tính, thiết kế tối ưu ngày càng được ứng dụng rộng rãi trong mọi lĩnh vực của cuộc sống. Trong bài toán tối ưu công trình, do sự đa dạng và thậm chí là mâu thuẫn lẫn nhau giữa các mục tiêu mong muốn của kỹ sư thiết kế, tối ưu đa mục tiêu thu hút ngày càng nhiều sự quan tâm của các nhà khoa học. Trong bài báo này, tác giả trình bày bài toán thiết kế tối ưu đa mục tiêu cho giàn thép với 2 mục tiêu cơ bản là khối lượng giàn và chuyển vị ngang của đỉnh giàn là nhỏ nhất. Biến thiết kế là diện tích tiết diện các thanh giàn trong một khoảng giá trị cho trước. Phân tích trực tiếp được sử dụng để mô tả ứng xử phi tuyến cũng như tính toán khả năng chịu tải lớn nhất của công trình. Bài toán tối ưu được thiết lập ở trên được giải quyết bằng thuật toán di truyền NSGA-II (Non-dominated sorting GA-II). Một giàn phẳng 47 thanh được nghiên cứu nhằm minh họa cho bài toán thiết kế tối ưu được xây dựng. Kết quả cho thấy thuật toán NSGA-II rất hiệu quả trong việc giải quyết bài toán tối ưu được đặt ra.

Từ khóa: Giàn thép; Phân tích trực tiếp; Tối ưu; NSGA-II; Đa mục tiêu.

Abstract: Thank to the rapid development of computer technology, optimization design has been increasingly widely applied in all areas of life. In structural optimization, due to the variety and even contradiction between the desired goals of design engineers, multi-objective optimization attracts more and more attention from scientists. In this paper, the author presents the multi-objective optimization design problem for steel truss with two basic objectives: the truss mass and the horizontal displacement of the top of the truss is minimized. The design variables are the cross-sectional areas of the structure that are in the defined ranges. Direct analysis is used to capture the nonlinear behavior as well as calculate the maximum load-carrying capacity of the structure. The optimization problem set up

above is solved by NSGA-II (Non-dominated sorting GA-II) algorithm. A 47-bar planar truss is studied to illustrate the optimal design problem. The results show that the NSGA-II algorithm is very effective in solving the given optimization problem.

Keywords: Steel truss; Direct design; Optimization; NSGA-II; Multi-Objective.

1. Đặt vấn đề

Kết cấu giàn thép được sử dụng rất rộng rãi trong công trình dân dụng và công nghiệp nhờ ưu điểm vượt trội của dạng kết cấu này về phát huy tối đa khả năng làm việc của vật liệu qua đó cho phép vượt nhịp lớn, tiết kiệm chi phí. Do đặc tính của vật liệu thép, trong thiết kế kết cấu giàn thép, các ứng xử phi tuyến về cả hình học và vật liệu cần được xem xét. Trong các phương pháp thiết kế truyền thống, các đặc tính phi tuyến này thường được xét đến thông qua các công thức kiểm tra sự an toàn và ổn định của các thanh giàn được cung cấp trong các tiêu chuẩn thiết kế. Quá trình tính toán nội lực của công trình vẫn là phân tích tuyến tính đàn hồi. Phương pháp này không mô tả được ứng xử phi tuyến thực tế của công trình khi chịu tải, cũng như số lượng tính toán là khá nhiều khi mọi thanh giàn đều phải được kiểm toán. Gần đây, cùng với sự phát triển mạnh mẽ của khoa học máy tính, các phương pháp phân tích trực tiếp được ứng dụng nhiều hơn và đem lại nhiều kết quả khả quan [1-6]. Phân tích trực tiếp được thực hiện dựa trên cơ sở xem xét tải trọng tác dụng lên công trình thành các bước tải trọng nhỏ và xác định ứng xử công trình theo các bước tải đó. Chính vì vậy, các phương pháp này cho phép xác định được mối quan hệ giữa ứng xử của công trình và tải trọng. Đồng thời, khả năng chịu tải lớn nhất của toàn bộ công trình cũng được xác định. Việc kiểm tra sự an toàn của kết cấu được thực hiện bởi một bước đơn giản là so sánh khả năng chịu tải của công trình và tải trọng tác dụng.

Bên cạnh đó, để các giải pháp thiết kế đưa ra mang tính hiệu quả cao, tối ưu hóa cũng được các nhà khoa học quan tâm nghiên cứu và ứng dụng ngày càng nhiều trong thiết kế kết cấu giàn [7-8]. Các bài toán tối ưu thông thường tập trung trong việc tối thiểu hóa khối lượng của hệ giàn [7-8] và từ đó giá thành xây dựng cũng được tiết kiệm. Tuy nhiên, trong thực tế, khá nhiều trường hợp các nhà thiết kế đứng trước nhiều mục tiêu tối ưu cần xem xét, thậm chí đôi khi các mục tiêu đó còn mâu thuẫn lẫn nhau như là: khối lượng công trình phải nhỏ nhất nhưng độ an toàn cần cao nhất có thể. Điều này dẫn đến sự áp dụng các thuật toán tối ưu đa mục tiêu trong thiết kế công trình giàn ngày càng nhiều, ví dụ như các tài liệu [9-11]. Tuy nhiên, các nghiên cứu này mới dừng lại ở việc sử dụng phân tích tuyến tính cho công trình. Chưa có nghiên cứu nào thiết kế tối ưu đa mục tiêu cho kết cấu giàn thép sử dụng phân tích phi tuyến.

$$\text{Min } f_1(\mathbf{X}) = \rho \sum_{i=1}^d \left(\gamma_i \sum_{j=1}^{d_i} L_{ij} \right), \quad \mathbf{X} = (A_1, A_2, \dots, A_d) \quad (1)$$

trong đó: A_i là biến thiết kế thứ i và cũng là diện tích tiết diện của nhóm thanh giàn thứ i ; ρ là khối lượng riêng của vật liệu; d_i là số lượng thanh trong nhóm thanh giàn thứ i ; L_{ij} là chiều dài của thanh dàn thứ j trong nhóm thanh giàn thứ i .

Hàm mục tiêu thứ hai được thiết lập như sau:

$$\text{Min } f_2(\mathbf{X}) = |X_A| \quad (2)$$

trong đó: X_A là chuyển vị theo phương ngang của điểm A được lựa chọn là đỉnh hệ giàn trong nghiên cứu này.

Điều kiện ràng buộc của bài toán tối ưu gồm các điều kiện sau:

- Diện tích tiết diện thanh giàn nằm trong một khoảng giá trị cho trước:

$$A_j^{lb} \leq A_j \leq A_j^{ub} \quad (3)$$

- Với tổ hợp trạng thái giới hạn cường độ, điều kiện ràng buộc theo phương pháp phân tích trực tiếp là:

$$g_j^{cd} = 1 - \frac{R_j}{S_j} \leq 0 \quad (4)$$

trong đó: $\beta_1 = \sum (\max(C_j^{cd}, 0)); \beta_2 = \sum \left(\sum_{j=1}^m \max(C_{k,l}^{sd}, 0) \right) \quad (8)$

Trong bài báo này, tác giả sẽ trình bày bài toán tối ưu đa mục tiêu cho kết cấu giàn thép sử dụng phân tích trực tiếp để xét đến ứng xử phi tuyến của công trình. Hai mục tiêu tối ưu được xem xét là khối lượng giàn và chuyển vị ngang của đỉnh giàn là nhỏ nhất. Biến thiết kế của bài toán tối ưu là diện tích tiết diện các thanh giàn được giới hạn một khoảng giá trị cho trước. Thuật toán di truyền NSGA-II (Non-dominated sorting GA-II), một trong những thuật toán tối ưu đa mục tiêu mạnh nhất hiện nay, được sử dụng để giải quyết bài toán tối ưu đặt ra. Giàn phẳng 47 thanh được xem xét nhằm minh họa cho bài toán tối ưu đa mục tiêu được xây dựng.

2. Thiết lập bài toán tối ưu

Trong bài báo này, hai hàm mục tiêu khác nhau được xem xét là: tổng khối lượng kết cấu và chuyển vị ngang tối đa. Cả hai hàm mục tiêu được tối thiểu hóa. Hàm mục tiêu đầu tiên được thiết lập như sau:

trong đó: R_j và S_j là khả năng chịu tải của kết cấu và hiệu ứng do tổ hợp tải trọng cường độ thứ j gây ra.

- Đối với tổ hợp trạng thái giới hạn sử dụng, giới hạn về chuyển vị sẽ được đánh giá như sau:

$$g_{k,l}^{cv} = \frac{|\Delta_{k,l}|}{|\Delta_{k,l}^u|} - 1 \leq 0, \quad k = 1, \dots, N \quad (5)$$

trong đó l là tổ hợp giới hạn sử dụng thứ l được xem xét, N là số nút giàn được xét điều kiện chuyển vị, $\Delta_{k,l}$ và $\Delta_{k,l}^u$ là chuyển vị và giới hạn chuyển vị của nút thứ k .

Đối với bài toán tối ưu có điều kiện ràng buộc ở trên, nghiên cứu này sử dụng phương pháp hàm phạt làm kỹ thuật để xử lý các điều kiện ràng buộc thông (áp dụng các thuật toán metaheuristic). Đây là kỹ thuật khá đơn giản và hiệu quả tốt cho hầu hết các loại ràng buộc khác nhau. Khi đó, hàm mục tiêu của bài toán được viết lại như sau:

$$f_1^{un}(\mathbf{X}) = f_1^{un}(\mathbf{X}) \times (1 + \alpha_{cd}\beta_1 + \alpha_{sd}\beta_2) \quad (6)$$

$$f_2^{un}(\mathbf{X}) = f_2^{un}(\mathbf{X}) \times (1 + \alpha_{cd}\beta_1 + \alpha_{sd}\beta_2) \quad (7)$$

với α_{cd} và α_{sd} là các hệ số phạt được chọn với giá trị thật lớn. Trong nghiên cứu này, các hệ số này được lấy bằng 10000.

3. Thuật toán di truyền NSGA-II

3.1. Tập tối ưu Pareto

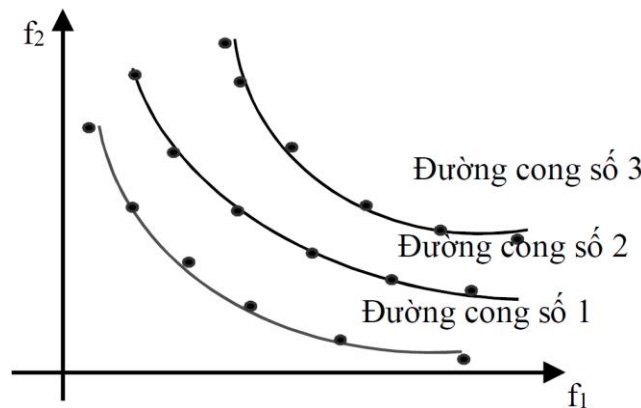
Trong bài toán tối ưu đa mục tiêu, việc tồn tại một nghiệm tối ưu duy nhất là không xảy ra mà thay vào đó là gồm rất nhiều nghiệm tối ưu khác nhau mà việc so sánh sự hơn kém giữa các nghiệm tối ưu này là rất khó khăn. Chính vì vậy, tập hợp các nghiệm dạng này được chấp nhận là tập nghiệm của bài toán tối ưu và chúng hình thành nên đường cong Pareto. Một nghiệm tối ưu $\bar{\mathbf{X}}$ được gọi là nghiệm tối ưu Pareto nếu như không tồn tại bất cứ một nghiệm nào khác vượt trội hơn nó. Mục tiêu của bài toán tối ưu đa mục tiêu là tìm kiếm tập nghiệm Pareto này.

Khái niệm nghiệm trội hơn được hiểu một cách đơn giản cho bài toán tối ưu được thiết lập trong phần 2 như sau: Nghiệm tối ưu \mathbf{x} được xem là trội hơn

\mathbf{y} nếu giá trị cả 2 hàm mục tiêu của \mathbf{x} tốt hơn của \mathbf{y} hoặc ít nhất 1 giá trị hàm mục tiêu của \mathbf{x} tốt hơn của \mathbf{y} và hàm mục tiêu còn lại của \mathbf{x} bằng của \mathbf{y} .

3.2. Thuật toán tối ưu NSGA-II

Thuật toán tối ưu NSGA-II được Deb và cs. [12] đề xuất năm 2002 dựa trên việc cải tiến thuật toán di truyền GA áp dụng cho bài toán tối ưu đa mục tiêu. Hai kỹ thuật căn bản trong NSGA-II là xếp hạng nghiệm không trội (Nondominated Sorting) và khoảng cách tập trung (crowding distance). Trong kỹ thuật xếp hạng nghiệm không trội, tại mỗi vòng lặp, các cá thể trong quần thể sẽ được xếp hạng dựa theo mức độ trội của chúng. Các thể tốt hơn sẽ được xếp hạng cao hơn. Các cá thể không so sánh được sẽ xem như tốt như nhau và xếp trong cùng một hạng. Cách thức này còn được gọi là xếp hạng Pareto. Các cá thể trong cùng một hạng sẽ tạo thành một đường cong ưu thế (đường cong Parato) (Hình 1).



Hình 1. Các đường cong ưu thế

Như vậy, lúc này các cá thể trên cùng một đường cong ưu thế sẽ khó đánh giá xếp hạng. Kỹ thuật khoảng cách tập trung được xây dựng nhằm giải quyết vấn đề này. Trong kỹ thuật khoảng cách tập trung (hay khoảng cách mật độ), giá trị khoảng cách phân bố được sử dụng để đánh giá mật độ của các cá thể trong một quần thể. Cá thể càng nằm xa cá thể khác sẽ có giá trị này càng lớn. Kỹ thuật này nhằm cho phép đánh giá sơ bộ chất lượng của các cá thể trên cùng một hạng. Cá thể nào có giá trị khoảng cách phân bố nhỏ hơn sẽ tốt hơn. Công thức xác định khoảng cách phân bố của cá thể \mathbf{x}_i như sau:

$$D(\mathbf{x}_i) = D(\mathbf{x}_{i-1}) + \frac{f_j(\mathbf{x}_{i+1}) - f_j(\mathbf{x}_{i-1})}{f_j(\mathbf{x}_N) - f_j(\mathbf{x}_1)} \quad (9)$$

trong đó: N là số cá thể trên cùng một đường cong ưu thế được sắp xếp theo giá trị hàm mục tiêu tăng dần; $f_j(\mathbf{x}_i)$ là giá trị hàm mục tiêu thứ j của cá thể \mathbf{x}_i .

Sơ đồ thuật toán NSGA-II như sau (Hình 2):

Bước 1: Tạo ngẫu nhiên quần thể ban đầu P_0 gồm N cá thể $\mathbf{X} = (A_1, A_2, \dots, A_l)$ trong đó $A_j \in [A_j^{lb}, A_j^{ub}]$. Áp dụng kỹ thuật xếp hạng nghiệm không trội và khoảng cách mật độ cho quần thể P_0 .

Bước 2: Áp dụng các kỹ thuật đột biến (mutation), lai tạo (crossover) cho quần thể P_0 để tạo ra quần thể mới Q.

Bước 3: Áp dụng kỹ thuật xếp hạng nghiệm không

KẾT CẤU - CÔNG NGHỆ XÂY DỰNG

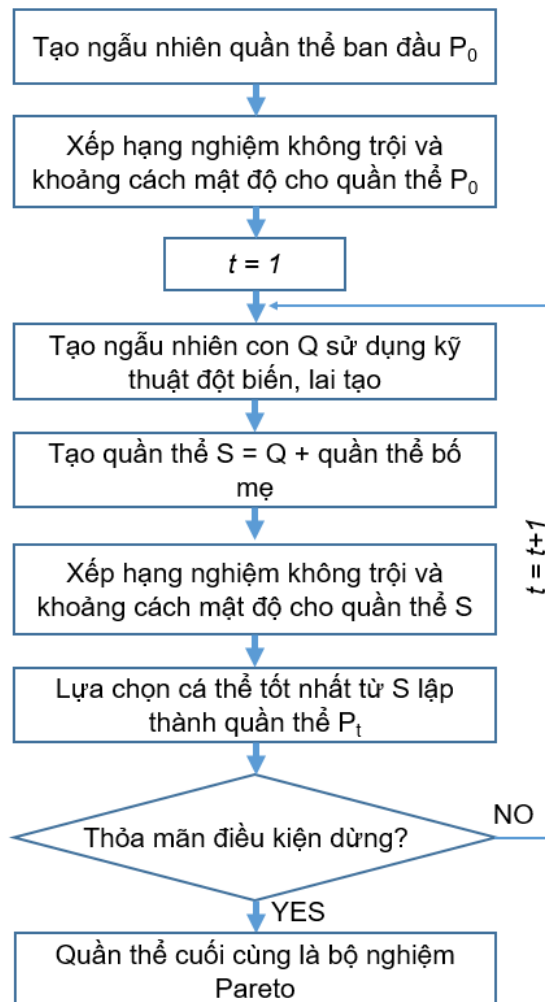
trội và khoảng cách mật độ cho quần thể $S = P_0 \cup Q$.

Bước 4: Chọn N cá thể tốt nhất của S cho quần thể P_1 .

Bước 5: Lặp lại các bước từ 2-4 cho đến khi điều kiện dừng được thỏa mãn. Trong nghiên cứu này,

điều kiện dừng được sử dụng là khi số vòng tiến hóa đạt đến giá trị cho trước.

Các kỹ thuật đột biến và lai tạo tương tự như áp dụng cho thuật toán GA, có thể tham khảo trong tài liệu [13].



Hình 2. Sơ đồ khối thuật toán NSGA-II

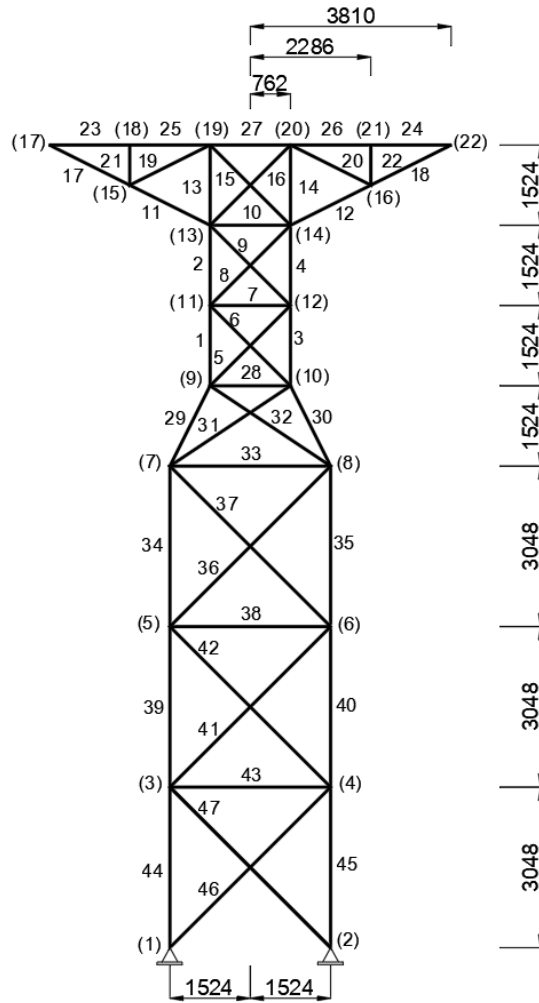
4. Trường hợp nghiên cứu

Trong bài báo này, cột điện dạng giàn thép 47 thanh được nghiên cứu. Kích thước và ký hiệu các thanh và nút giàn được thể hiện trong Hình 3. 47 thanh giàn được chia thành 27 nhóm tiết diện như sau: (1) A1 = A3; (2) A2 = A4; (3) A5 = A6; (4) A7; (5) A8 = A9; (6) A10; (7) A11 = A12; (8) A13 = A14; (9) A15 = A16; (10) A17 = A18; (11) A19 = A20; (12) A21 = A22; (13) A23 = A24; (14) A25 = A26; (15) A27; (16) A28; (17) A29 = A30; (18) A31 = A32; (19) A33; (20) A34 = A35; (21) A36 = A37; (22) A38; (23) A39 = A40; (24) A41 = A42; (25) A43; (26) A44 = A45; (27) A46 = A47. Các tiết diện này được thiết kế có diện tích nằm trong khoảng giá trị là [64,516;6451,6]

(mm²). Vật liệu là thép A992 với khối lượng riêng là 7850 (kg/m³), mô-đun đàn hồi E=200 (Gpa) và cường độ chảy của vật liệu F_y=345 (Mpa). Tải trọng gió (W) bằng 30 (kN) theo phương ngang đặt tại nút giàn số 17 và 22. Tải trọng bản thân (D) bằng 70 (kN) và hoạt tải (L) bằng 50 (kN) theo phương thẳng đứng đặt tại tất cả các nút giàn. Một tổ hợp tải trọng cường độ được xem xét là (1.2DL+0.5LL+1.6W) và một tổ hợp tải trọng sử dụng là (1.0DL+0.5LL+0.7W). Giới hạn chuyển vị lệch tầng bằng h/400 với h là chiều cao tầng giàn. Hàm mục tiêu là (1) tổng khối lượng cả giàn và (2) chuyển vị theo phương ngang của nút 17. Số lượng cá thể trong quần thể là 100 và số vòng tiến hóa là 100.

Như vậy, tổng cộng có 10000 lần đánh giá hàm mục tiêu. Bên cạnh đó, chương trình phân tích phi tuyến

kết cấu thép PAAP [14] được sử dụng để xác định khả năng chịu tải của kết cấu.



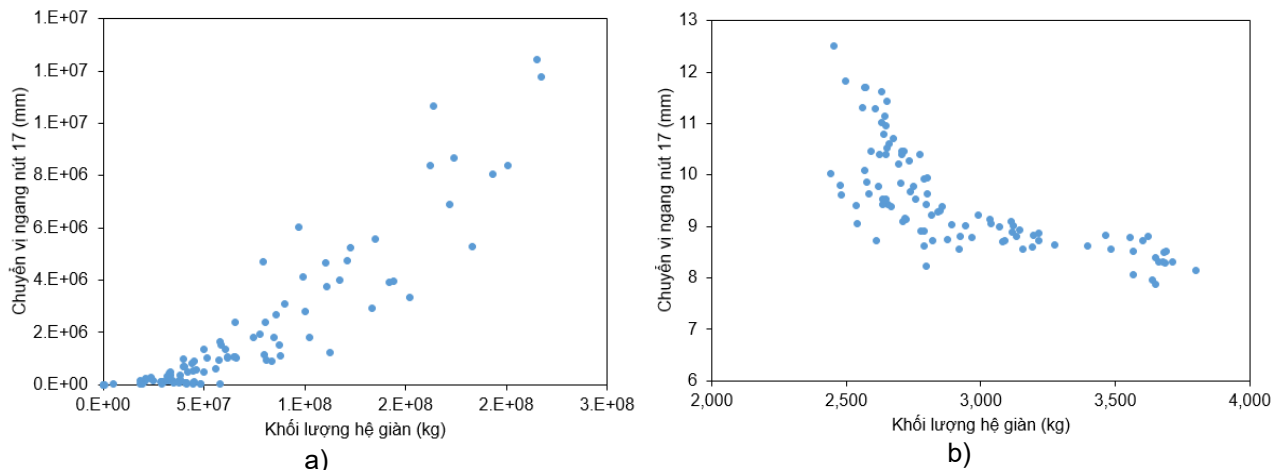
Hình 3. Cột điện giàn thép 47 thanh (đơn vị: mm)

Hình 4 và Hình 5 thể hiện sự phân tán của quần thể giai đoạn ban đầu và tập nghiệm Pareto của quá trình tối ưu. Trong hai hình trên, trục hoành thể hiện giá trị của hàm mục tiêu f_1^{un} và trục tung là hàm mục tiêu f_2^{un} như trình bày trong công thức (6) và (7). Kết quả thể hiện trên Hình 4a cho thấy giá trị hàm mục tiêu của các cá thể đều rất lớn. Điều này được giải thích rằng quần thể ban đầu được tạo ra một cách ngẫu nhiên nên toàn bộ cá thể đều vi phạm các điều kiện ràng buộc. Tuy nhiên, nhờ ưu điểm của quá trình tối ưu trong thuật toán NSGA-II, nghiệm tối ưu đã hội tụ nhanh chóng và thỏa mãn các điều kiện ràng buộc ở vòng tiến hóa thứ 5 như trong Hình 4b. Nghiệm tối ưu cuối cùng được trình bày trong Hình 5 cho thấy tốt hơn rất nhiều so với ở vòng tiến hóa thứ 5. Điều này thể hiện rằng, thuật toán NSGA-II rất hiệu quả trong việc tìm kiếm các nghiệm tối ưu đa mục tiêu cho bài toán tối ưu giàn thép được đặt ra. Ngoài

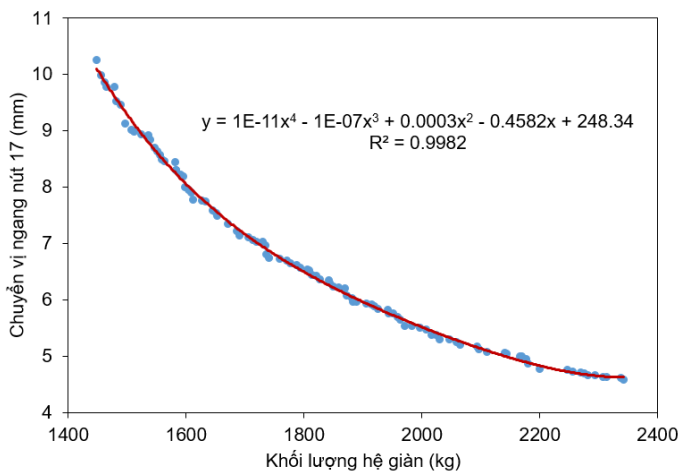
ra, Hình 5 cũng thể hiện phương trình đường cong Pareto.

Bảng 1 thể hiện kết quả tối ưu cho 3 xu thế của phương án thiết kế. Phương án 1 được lựa chọn dựa trên xu thế chọn giải pháp có tổng khối lượng kết cấu là nhỏ nhất. Đối với giải pháp thiết kế này, phương án tối ưu có tổng khối lượng công trình bằng 1448.6 (kg). Trong phương án 2, chuyển vị ngang tại nút 27 được ưu tiên. Lúc này phương án thiết kế được lựa chọn có giá trị chuyển vị ngang của nút 17 là nhỏ nhất và bằng 4.58 (mm). Tuy nhiên, khối lượng của giàn tăng lên đáng kể so với phương án 1 và bằng 2342.37 (kg). Phương án 3 được xem là phương án cân bằng giữa 2 phương án 1 và 2 được lựa chọn với giá trị cả khối lượng giàn cũng như chuyển vị ngang của nút 17 nằm trung gian của 2 phương án trên. Bảng 1 đồng thời trình bày giá trị các biến thiết kế tương ứng với 3 phương án được xem xét.

KẾT CẤU - CÔNG NGHỆ XÂY DỰNG



Hình 4. Sự phân tán trong quần thể a) Quần thể ban đầu; b) Vòng tiến hóa thứ 5



Hình 5. Đường cong Pareto cho kết quả tối ưu cuối cùng

Bảng 1. Các phương án tối ưu điển hình

	PA 1	PA 2	PA 3
Khối lượng giàn (kg)	1448.60	2342.37	1821.39
Chuyển vị ngang nút 17 (mm)	10.25	4.58	6.43
Biến thiết kế 1 (mm ²)	3957.64	5366.90	4035.44
Biến thiết kế 2 (mm ²)	1557.37	1455.18	1439.79
Biến thiết kế 3 (mm ²)	1104.83	2080.32	2109.37
Biến thiết kế 4 (mm ²)	2365.94	3512.97	2391.57
Biến thiết kế 5 (mm ²)	1036.80	3923.06	2611.79
Biến thiết kế 6 (mm ²)	1726.84	1741.60	1718.17
Biến thiết kế 7 (mm ²)	1348.20	1422.66	1347.74
Biến thiết kế 8 (mm ²)	772.57	770.27	764.29
Biến thiết kế 9 (mm ²)	224.65	816.34	228.67
Biến thiết kế 10 (mm ²)	848.86	1109.78	847.97
Biến thiết kế 11 (mm ²)	1109.23	1121.66	1108.35
Biến thiết kế 12 (mm ²)	447.57	319.25	447.98
Biến thiết kế 13 (mm ²)	676.03	617.85	618.23
Biến thiết kế 14 (mm ²)	710.97	720.86	708.14
Biến thiết kế 15 (mm ²)	1222.28	1245.45	1253.39
Biến thiết kế 16 (mm ²)	900.54	642.12	893.73
Biến thiết kế 17 (mm ²)	4182.25	6434.65	4253.50

	PA 1	PA 2	PA 3
Biến thiết kế 18 (mm ²)	779.75	2045.64	1036.63
Biến thiết kế 19 (mm ²)	1579.46	1451.72	1600.05
Biến thiết kế 20 (mm ²)	3228.66	5757.57	4229.09
Biến thiết kế 21 (mm ²)	1134.48	2433.59	1389.94
Biến thiết kế 22 (mm ²)	88.24	692.74	241.78
Biến thiết kế 23 (mm ²)	3909.85	6430.60	6404.23
Biến thiết kế 24 (mm ²)	777.72	3249.76	1483.58
Biến thiết kế 25 (mm ²)	980.71	266.37	937.58
Biến thiết kế 26 (mm ²)	6336.23	6450.71	6450.52
Biến thiết kế 27 (mm ²)	1057.26	2624.90	1698.81

5. Kết luận

Bài báo xây dựng bài toán tối ưu đa mục tiêu cho hệ giàn phi tuyến. Hai hàm mục tiêu được xem xét bao gồm tổng khối lượng của toàn hệ giàn và chuyển vị ngang lớn nhất của đỉnh giàn. Biến thiết kế là tiết diện ngang của thanh giàn được xem xét là những biến liên tục trong khoảng giá trị cho trước. Các điều kiện ràng buộc được xét đến tương ứng với tổ hợp trạng thái giới hạn cường độ và sử dụng. Để xác định ứng xử của hệ giàn thép, phương pháp phân tích trực tiếp được sử dụng cho phép xét đến ứng xử phi tuyến và khả năng chịu tải toàn bộ của cả công trình. Thuật toán tối ưu NSGA-II được sử dụng để giải quyết bài toán tối ưu được xây dựng. Kết quả nghiên cứu cột điện giàn phẳng 47 thanh cho thấy thuật toán tối ưu NSGA-II hiệu quả trong việc tìm kiếm các nghiệm tối ưu đa mục tiêu cho bài toán tối ưu giàn thép phi tuyến. Kết quả nghiên cứu của bài báo là một công cụ hỗ trợ hiệu quả trong công tác thiết kế hàng ngày của kỹ sư kết cấu, đặc biệt là với kết cấu thép.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] M.H. Ha, Q.V. Vu, V.H. Truong (2020). *Optimization of nonlinear inelastic steel frames considering panel zones*. *Advances in Engineering Software*; 142: 102771.

[2] V. H. Truong, S.E. Kim (2017). *An efficient method for reliability-based design optimization of nonlinear inelastic steel space frames*. *Struct Multidisc Optim*; 56: 331-351.

[3] M.H. Ha, Q.A. Vu, V.H. Truong (2018). *Optimum Design of Stay Cables of Steel Cable-stayed Bridges Using Nonlinear Inelastic Analysis and Genetic Algorithm*. *Structures*; 16: 288-302.

[4] V.H. Truong, Q.V. Vu, V.T. Dinh (2019). *A deep learning-based procedure for estimation of ultimate load carrying of steel trusses using advanced analysis*. *Journal of Science and Technology in Civil Engineering (STCE)-NUCE*; 13(3): 113-123.

[5] S.E. Kim, V.H. Truong (2020). *Reliability Evaluation of Semirigid Steel Frames Using Advanced Analysis*. *Journal of Structural Engineering*; 146(5): 04020064.

[6] V.H. Truong, S.E. Kim (2018). *A robust method for optimization of semi-rigid steel frames subject to seismic loading*. *Journal of Constructional Steel Research*; 145C: 184-195.

[7] V.H. Truong, S.E. Kim (2018). *Reliability-based design optimization of nonlinear inelastic trusses using improved differential evolution algorithm*. *Advances in Engineering Software*; 121: 59-74.

[8] A. Kaveh, A. Zolghadr (2018). *Meta-heuristic methods for optimization of truss structures with vibration frequency constraints*. *Acta Mechanica*; 229: 3971–3992.

[9] T. Vo-Duy, D. Duong-Gia, V. Ho-Huu and T. Nguyen-Thoi (2020). *An Effective Couple Method for Reliability-Based Multi-Objective Optimization of Truss Structures with Static and Dynamic Constraints*. *International Journal of Computational Methods*; 17(06): 1950016.

[10] H. F. Eid, L. Garcia-Hernandez, A.h Abraham (2022). *Spiral water cycle algorithm for solving multi-objective optimization and truss optimization problems*. *Engineering with Computers*; 38: 963–973.

[11] B. Nan, Y. Bai, Y. Wu (2020). *Multi-Objective Optimization of Spatially Truss Structures Based on Node Movement*. *Applied Sciences*; 10(6): 1964.

[12] K. Deb, A. Pratap, S. Agarwal, T. Meyarivan (2002). *A Fast and Elitist Multiobjective Genetic Algorithm: NSGA-II*. *IEEE Trans. Evol. Computation*; 6(2):182-197.

[13] V.H. Truong, P.C. Nguyen, S.E. Kim (2017). *An efficient method for optimizing space steel frames with semi-rigid joints using practical advanced analysis and the micro-genetic algorithm*. *Journal of Constructional steel research*; 128: 416-427.

[14] V.H. Truong, H.M. Hung, P.H. Anh, T.D. Hoc. *Optimization of steel moment frames with panel-zone design using an adaptive differential evolution*. *Journal of Science and Technology in Civil Engineering (STCE)-HUCE* 14 (2), 65-75.

