

MÔ HÌNH SỐ ĐÁNH GIÁ PHẢN ỨNG CỦA KẾT CẤU BÉN TƯỜNG CỬ DƯỚI TÁC DỤNG CỦA TẢI TRỌNG ĐỘNG ĐẤT THEO PHƯƠNG PHÁP LỊCH SỬ THỜI GIAN

NUMERICAL ANALYSIS ON BEHAVIOR OF SHEET PILE QUAY WALL UNDER EARTHQUAKE LOADING USING TIME HISTORY METHOD

NGUYỄN ANH DÂN^{a,*}, NGUYỄN VIỆT THANH^a

^aKhoa Công trình, Trường Đại học Giao thông Vận tải

*Tác giả liên hệ: e-mail: madan@utc.edu.vn

Ngày nhận bài: 25/7/2022, Sửa xong: 20/8/2022, Chấp nhận đăng: 30/8/2022

Tóm tắt: Kết cấu tường cử được sử dụng phổ biến trong các công trình ven biển, nó áp dụng phù hợp cho những khu vực nền đất có khả năng chịu lực vừa và yếu. Hiện nay khi tính toán thiết kế các công trình này dưới tác dụng của tải trọng động đất, phần lớn các tài liệu, tiêu chuẩn khuyến nghị sử dụng phương pháp phổ phản ứng, mà chưa đề cập nhiều đến phương pháp lịch sử thời gian. Bài báo này trình bày phương pháp đánh giá phản ứng của kết cấu bến tường cử theo lịch sử thời gian có kể đến hiện tượng hóa lỏng của đất bằng mô hình số sử dụng phần mềm PLAXIS 2D. Các phân tích được thực hiện dựa trên tiêu chuẩn Việt Nam và một số tiêu chuẩn nước ngoài. Kết quả của bài báo tập trung vào phân tích đánh giá chuyển vị và biến dạng của bến, sự gia tăng áp lực nước lỗ rỗng trong đất lấp sau bến theo thời gian và khả năng hóa lỏng của đất.

Từ khóa: Mô hình số, bến tường cử, động đất, phương pháp lịch sử thời gian, PLAXIS 2D

Abstract: The sheet pile wall is used popular for coastal projects, and it is normally applied suitable for the ground had average or weak bearing capacity. Currently, when analysis and design this structure type under earthquake loading, almost documents and standards recommend to use response spectrum method, without much mention of the time-history method. This paper presented the method to evaluate the behavior of sheet pile quay wall using time-history method including liquefaction of soil by PLAXIS 2D program. The analysis was conducted based on the Vietnam standard and some foreign standards. The results focused on analysis and evaluate displacement and deformation of quay wall, the increase of excess pore pressure in the backfill with the time and liquefaction potention of the soil.

Keywords: Numerical analysis, sheet pile quay wall, earthquake, time history method, PLAXIS 2D

1. Đặt vấn đề

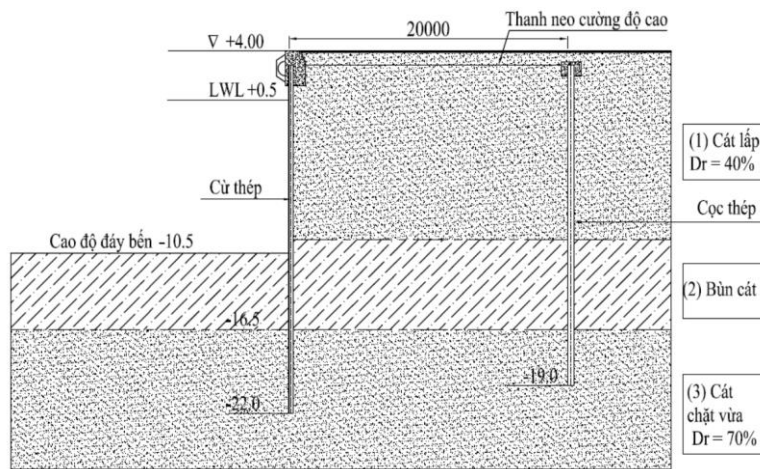
Bến tường cử là loại kết cấu chắn giữ đất và cho phép tàu neo đậu để bốc dỡ hàng hóa trong các cảng. Loại kết cấu này được giữ ổn định nhờ hệ cử đóng sâu vào đất và có thể kết hợp với hệ thống neo đất. Đánh giá phản ứng động của kết cấu bến nói chung và bến tường cử nói riêng là chủ đề đã và đang được quan tâm của nhiều nhà nghiên cứu trong và ngoài nước. Iai và Kameoka [1] sử dụng phương pháp số bằng phần mềm FLIP để mô hình hóa ứng xử của kết cấu bến tường cử ở cảng Akita trong trận động đất Nihonkai-Chubu. Nghiên cứu sử dụng phương pháp lịch sử thời gian với chuyển động đầu vào là biểu đồ gia tốc ghi được từ trận động đất nói trên. Các kết quả của mô hình số được so sánh với các giá trị khảo sát ở thực địa. Khan [2] sử dụng thí nghiệm mô hình lý tâm khảo sát khả năng chống động đất của bến tường cử với nền đất phía trước bến được gia cố bằng cọc xi măng đất và so sánh với kết cấu trước khi cải tạo. Chuyển động đầu vào được sử dụng là các bản ghi gia tốc nhân tạo với biên độ dao động cố định. Bao và cộng sự [3] cũng sử dụng mô hình thí nghiệm lý tâm và mô hình số để xem xét phản ứng động của kết cấu bến tường cử thép dưới tác dụng của năm chuyển động đầu vào liên tiếp với biên độ tăng dần bao gồm cả các trận động đất thực tế và các chuyển động nhân tạo với chu kỳ không đổi. Tiêu chuẩn thiết kế động đất của Việt Nam [4] cũng đã đề cập đến phương pháp phân tích kết cấu bến theo phương pháp lịch sử thời gian nhưng còn chưa được chi tiết. Như vậy có thể thấy rằng, trong các nghiên cứu hiện nay việc sử dụng các dữ liệu làm chuyển động đầu vào tùy thuộc vào các bài toán cụ

thể và mỗi tác giả là khác nhau. Do đó, việc nghiên cứu đánh giá phản ứng của kết cấu bên dưới tác dụng của tải trọng động đất theo phương pháp lịch sử thời gian là thiết thực và có ý nghĩa trong công tác thiết kế, đánh giá các công trình. Bài báo này tập trung phân tích phản ứng của bến tường cừ dưới tác dụng của tải trọng động đất theo phương pháp lịch sử thời gian phù hợp với quy định của tiêu chuẩn Việt Nam, có tham khảo thêm quy định của một số tiêu chuẩn nước ngoài. Năm bản ghi gia tốc của các trận động đất trong lịch sử được chọn lựa và điều chỉnh phổ phản ứng phù hợp theo quy định của tiêu chuẩn Việt Nam trước khi sử dụng để phân

tích. Nghiên cứu đã xem xét các vấn đề chủ yếu ảnh hưởng đến sự làm việc của bến như chuyển vị, biến dạng và khả năng hóa lỏng của nền đất bằng mô hình số thông qua một số mô hình nền phù hợp trong phần mềm PLAXIS 2D.

2. Trường hợp nghiên cứu

Mặt cắt ngang của bến xem xét trong bài báo này được thể hiện trên Hình 1. Kết cấu của công trình có dạng bến tường cừ thép có neo. Chiều cao bến là 14.5m, trong đó độ sâu nước trước bến là 11m. Tính chất và các thông số của tường cừ, cọc neo và thanh neo được thể hiện trong Bảng 1.



Hình 1. Mặt cắt ngang bến nghiên cứu

Bảng 1. Các thông số kết cấu bến [5]

<i>Cọc cừ</i>			
Bề rộng cừ	w	500	mm
Chiều cao cừ	h	225	mm
Diện tích mặt cắt cừ	A	306	cm ² /m
Mô men quán tính	I	86000	cm ⁴ /m
Mô đun đàn hồi	E	2.1E+8	kN/m ²
Cường độ giới hạn chảy	f _y	300	MPa
Mô men uốn giới hạn (đàn hồi)	M _{el,max}	1146	kNm/m
Mô men uốn giới hạn (chảy)	M _{pl,max}	1357	kNm/m
<i>Cọc neo</i>			
Đường kính ngoài	D	1000	mm
Bề dày	t	12	mm
<i>Thanh neo</i>			
Diện tích mặt cắt	A	6E-4	m ²
Cường độ giới hạn chảy	f _y	355	MPa
Lực giới hạn chảy	F _{el,max}	421.5	kN

3. Mô hình số phân tích kết cấu

3.1 Mô hình phần tử hữu hạn

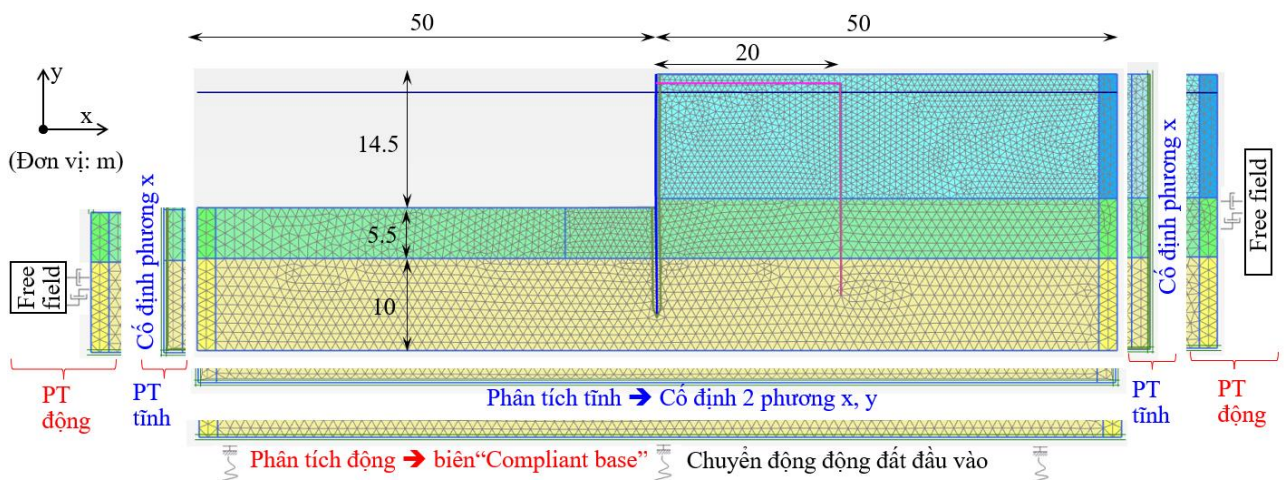
Mô hình số phần tử hữu hạn của kết cấu bến bằng phần mềm PLAXIS 2D được thể hiện trên Hình 2. Trong mô hình, tường cừ được mô hình

bằng phần tử tấm (plate), cọc neo được mô hình bằng phần tử dầm nhúng (embedded beam) và thanh neo được mô hình bằng phần tử neo có hai đầu liên kết nút (node to node anchor). Ứng xử của các phần tử kết cấu này được mô tả bằng mô hình đàn hồi tuyến tính. Mô hình trước hết được phân

tích tĩn để tạo ra ứng suất bản thân trong đất trước khi chuyển sang phân tích động.

Tổng chiều dài của mô hình là 100m và chiều cao là 30m. Mô hình sử dụng lưới phần tử tam giác biến dạng phẳng 15 nút. Trong bước phân tích tĩn, hai biên mô hình được cố định theo phương ngang trong khi đáy mô hình được cố định theo cả hai phương. Trong quá trình áp tải động đất, điều kiện biên “free field” được gán cho hai biên và “compliant base” được gán ở đáy mô hình. Các điều kiện biên này có thể hấp thụ hoàn toàn các sóng tới và không tạo ra sóng phản xạ ở biên, do đó có thể mô tả đúng hơn sự lan truyền của sóng trong đất. Tương

tác giữa tường cừ và đất nền được xem xét thông qua phần tử tiếp xúc (interface element) cho phép mô tả khoảng cách và sự trượt giữa đất và kết cấu theo định luật ma sát Coulomb. Trong nghiên cứu này, góc tiếp xúc (interface angle) được lấy bằng 0.7 lần của góc ma sát trong của đất sát với kết cấu [6]. Ứng xử của đất lấp sau tường được mô tả là thoát nước (drained) trong phân tích tĩn và không thoát nước (undrained) trong quá trình động đất. Kích thước trung bình của các phần tử trước hết được xác định dựa trên khuyến nghị của Kuhlemeyer and Lysmer [7] để đảm bảo sự lan truyền thích hợp của sóng cắt trong đất khi sử dụng phương pháp phần tử hữu hạn.



Hình 2. Mô hình phần tử hữu hạn của bển tường cừ

3.2 Mô hình nền và các thông số vật liệu

Trong các bước phân tích tĩn, mô hình nền Hardening soil with the small-strain stiffness (mô hình HS small) được sử dụng cho toàn bộ các lớp đất. Tuy nhiên, nhược điểm của mô hình này là không khảo sát được sự gia tăng áp lực nước lỗ rỗng trong quá trình động đất. Do đó, trong các bước phân tích động, lớp đất cát đắp sau tường được chuyển sang mô hình UBC3D-PLM. Đây là mô hình nền có khả năng phân tích được sự gia tăng áp lực nước lỗ rỗng trong đất và khả năng hóa lỏng của lớp đất sau tường.

Mô hình UBC3D-PLM được áp dụng để mô tả ứng xử động và khả năng hóa lỏng của đất cát dưới tác dụng của tải trọng động đất [8]. Mô hình này được phát triển dựa trên mô hình UBCSAND (University of British Columbia Sand) đề xuất bởi Puebla và cộng sự [9]. Mô hình UBC3D-PLM sử dụng mặt giới hạn chảy Mohr-Coulomb trong không

gian ứng suất ba chiều cho bước gia tải sơ cấp và mặt chảy với quy luật cứng động học đơn giản cho bước gia tải tiếp theo. Ngoài ra, một hàm tiềm năng dẻo không liên kết được sửa đổi dựa trên tiêu chí của Drucker - Prager được sử dụng cho bề mặt chảy sơ cấp để duy trì giả định về ứng suất biến dạng đồng trục trong mặt phẳng lệch đối với một đường ứng suất bất đầu từ đường đẳng hướng. Mô hình bổ sung quy tắc mật độ đất để dự đoán diễn biến thực tế hơn sự thay đổi áp suất lỗ rỗng dư trong quá trình tải theo chu kỳ. Một quy trình được sử dụng để đếm các chu kỳ trong quá trình gia tải tải động và theo chu kỳ để đạt được độ chính xác cao hơn trong các đường dẫn ứng suất không bắt đầu từ đường đẳng hướng. Quy luật làm chặt cho phép tăng áp suất lỗ rỗng với tốc độ giảm trong quá trình chịu lực cắt.

Các thông số của mô hình nền sử dụng trong nghiên cứu này được trình bày trong Bảng 2 và 3.

Bảng 2. Các thông số của mô hình nền HS-small [5]

Thông số	Ký hiệu	Lớp 1	Lớp 2	Lớp 3	Đơn vị
		Cát rời	Bùn cát	Cát chặt vừa	
Độ chặt	Dr	40	-	70	%
Trọng lượng riêng tự nhiên	ρ_{unsat}	17	16	18	kN/m ³
Trọng lượng riêng bão hòa	ρ_{sat}	20	19	20	kN/m ³
Góc ma sát trong	j	34	-	37	Độ
Lực dính/ sức kháng cắt không thoát nước	c	-	40	-	kPa
Góc giãn nở	y	4	0	7	Độ
Mô đun đàn hồi	E	-	-	-	kPa
Mô đun cát tuyến tham chiếu	E_{50}^{ref}	24000	15000	42000	kPa
Mô đun oedometer tham chiếu	E_{oed}^{ref}	24000	15000	42000	kPa
Mô đun gia tải/ dỡ tải tham chiếu	E_{ur}^{ref}	48,000	30000	84000	kPa
Hệ số mũ độ cứng phụ thuộc ứng suất	m	0.500	0.500	0.500	-
Hệ số phá hoại	R_f	0.950	0.920	0.913	-
Mô đun cát tham chiếu ở biến dạng rất nhỏ	G_0^{ref}	87000	70000	100000	kPa
Biến dạng cắt ngưỡng mà tại đó mô đun cát giảm 70%	g	0.00016	0.00018	0.00013	-
Ứng suất tham chiếu	P_{ref}	100	100	100	kPa
Hệ số thấm	k	1.16E-06	3.00E-10	1.90E-07	m/s

Bảng 3. Các thông số của mô hình UBC3D-PLM cho lớp đất lấp sau tường [5]

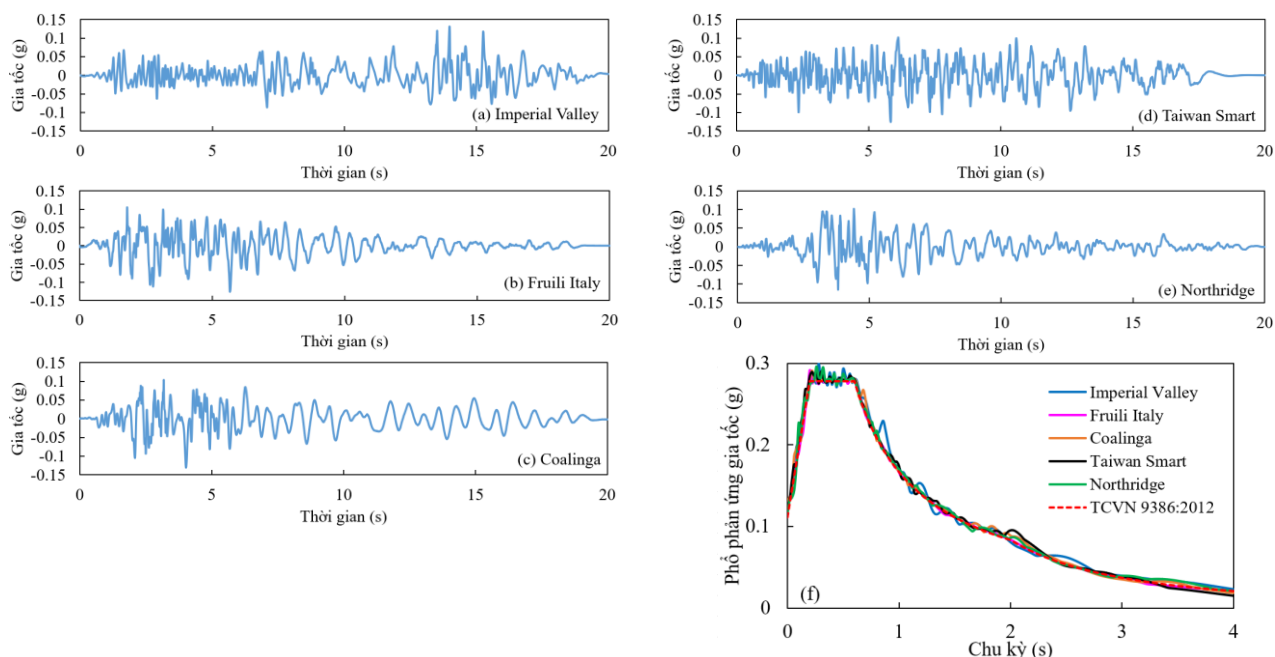
	Ký hiệu	Lớp 1	Unit
Độ chặt	D_r	40	%
Số búa SPT hiệu chỉnh	$(N_1)_{60}$	10	-
Hệ số mô đun thể tích đàn hồi	k_B^{*e}	624	-
Hệ số mô đun cát đàn hồi	k_G^{*e}	891	-
Hệ số mô đun cát dẻo	k_B^{*p}	1301	-
Góc ma sát ở thể tích tới hạn	φ_{cv}	30	Độ
Góc ma sát đỉnh	φ_p	34	Độ
Hệ số phụ thuộc ứng suất vào mô đun thể tích đàn hồi	m_e	0.5	-
Hệ số phụ thuộc ứng suất vào mô đun cát đàn hồi	n_e	0.5	-
Hệ số phụ thuộc ứng suất vào mô đun cát dẻo	n_p	0.4	-
Hệ số làm chặt	f_{dens}	0.45	-
Hệ số sau hóa lỏng	f_{Epost}	0.02	-
Hệ số phá hoại	R_f	0.73	-

3.3 Chuyển động động đất đầu vào

Phần mềm PLAXIS 2D cung cấp khả năng phân tích phản ứng động của hệ thống kết cấu và nền đất trong miền thời gian. Để xác định chuyển động đầu vào gán cho mô hình, tiêu chuẩn ASCE [10] khuyến nghị sử dụng ít nhất năm bản ghi lịch sử thời gian của các trận động đất. Trong nghiên cứu này, năm chuyển động đầu vào là các bản ghi gia tốc của các trận động đất trong lịch sử bao gồm: Imperial Valley, Fruily Italy, Coalinga, Taiwan Smart, Northridge đã được lựa chọn như thể hiện trong Hình 3 (a)-(e). Các dữ liệu được thu thập từ website của Trung tâm nghiên cứu kỹ thuật động đất Thái Bình Dương [11]. Với giả thiết công trình được đặt tại khu vực Hải Phòng, các chuyển động đầu vào này đã được điều chỉnh phù hợp với phổ thiết kế theo tiêu chuẩn TCVN 9386:2012 [4] như thể hiện trên Hình 3(f).

Phương pháp điều chỉnh được thực hiện bằng phần mềm Matlab trên cơ sở lý thuyết đề xuất bởi Lilhanand and Tseng [12,13] và sau đó phát triển bởi Hancock và các cộng sự [14]. Bản chất của phương pháp này như sau:

- Tính toán phản ứng của hệ đàn hồi một bậc tự do dưới tác dụng của chuỗi gia tốc theo thời gian cho mỗi chu kỳ và mức giảm chấn phù hợp;
- So sánh đỉnh từng phản ứng của hệ đàn hồi một bậc tự do với biên độ mục tiêu, từ đó xác định được sự chênh lệch;
- Thêm các sóng nhỏ (wavelet) vào chuỗi gia tốc với biên độ và pha thích hợp sao cho đỉnh của mỗi phản hồi khớp với biên độ mục tiêu. Mỗi sóng nhỏ (wavelet) được sử dụng để khớp với một phản hồi của hệ một bậc tự do.



Hình 3. Các chuyển động đầu vào (ghi trên đá lộ thiên) sau khi khớp với phổ thiết kế tiêu chuẩn Việt Nam (khu vực Hải Phòng) với PGA 0,11g

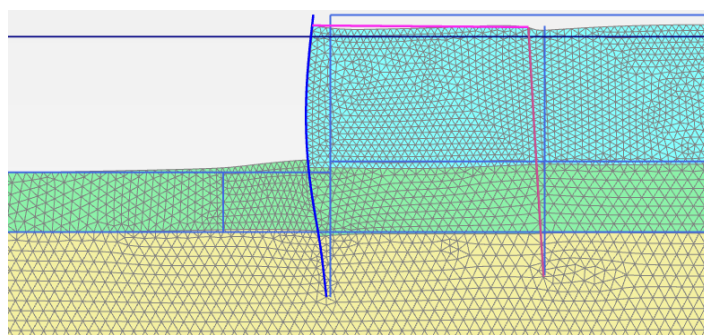
4. Kết quả phân tích

4.1 Biến dạng của bển và mô men uốn của tường cừ

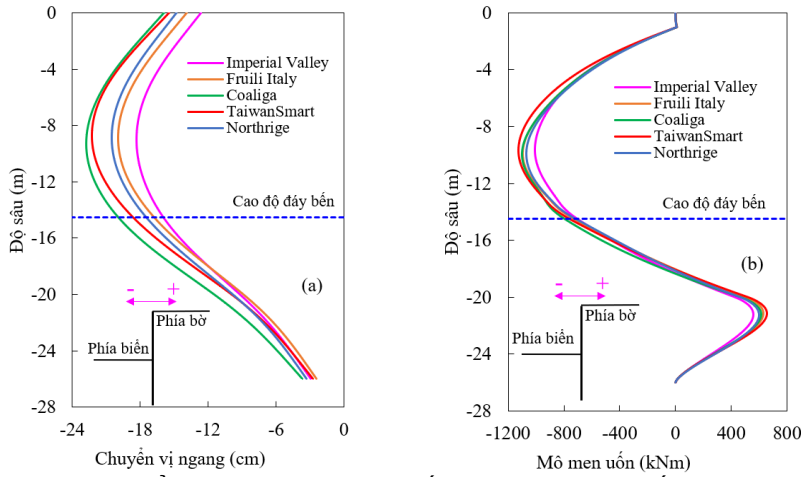
Hình 4 thể hiện lưới biến dạng tổng thể của bển ở cuối trận động đất Coalinga. Do cấu tạo của bển tường cừ có neo, biến dạng của cừ bị uốn cong và chuyển vị lớn nhất xảy ra ở bụng cừ mà không phải đỉnh cừ. Vùng đất phía trước bển có xu hướng bị đẩy trôi trong khi bề mặt đất lấp bị lún xuống khá nhiều. Hình dạng biến dạng này hoàn toàn phù hợp với các kết quả mà Lai và Kameoka đã quan sát và đo đạc được ở cảng Akita (Nhật Bản) sau trận động đất Nihonkai-Chubu năm 1983 [1].

Hình 5 (a) và (b) lần lượt cho thấy chuyển vị ngang và mô men uốn dọc theo chiều sâu của tường cừ ở thời điểm kết thúc rung lắc dưới tác dụng của năm trận động đất khác nhau. Có thể thấy rằng hình dạng biến dạng và sự phân bố mô men

dọc theo tường cừ là giống nhau và không bị ảnh hưởng bởi tính chất của chuyển động đầu vào. Tiêu chuẩn ASCE [10] khuyến cáo nếu các phân tích chỉ thực hiện với số liệu đầu vào gồm năm trận động đất, kết quả phản ứng đầu ra của hệ kết cấu được lấy là giá trị lớn nhất thu thập được từ phân tích đó. Do cấu tạo là tường cừ có neo, chuyển vị ngang và mô men uốn lớn nhất xảy ra ở độ sâu khoảng 10m tính từ mặt đất. Chuyển vị lớn nhất và chuyển vị ở đỉnh của tường cừ thu được từ năm trận động đất được thể hiện trong Bảng 4. Chuyển vị lớn nhất và chuyển vị ở đỉnh tường cừ ghi nhận được ở trận Coalinga là 22.78 cm và 15.92 cm. Tương tự, Bảng 5 tổng hợp các giá trị mô men lớn nhất ở cả hai thớ của tường cừ. Với thớ căng phía biển mô men lớn nhất thu được là 1124.81 kNm, trong khi đó với thớ căng phía bờ mô men lớn nhất là 654.89 kNm cùng thu được ở trận TaiwanSmart.



Hình 4. Lưới biến dạng của bển khi kết thúc động đất (trận Coalinga)



Hình 5. Chuyển vị ngang và mô men uốn của tường cừ khi kết thúc động đất

Bảng 4. Chuyển vị ngang của cừ dưới tác dụng của năm trận động đất khác nhau (cm)

Tên trận động đất	Imperial Valley	Friuli Italy	Coalinga	TaiwanSmart	Northridge
Đỉnh tường cừ	12.61	13.91	15.92	15.47	14.79
Lớn nhất	18.30	19.97	22.78	22.29	20.49

Bảng 5. Mô men uốn của tường cừ dưới tác dụng của năm trận động đất khác nhau (kNm)

Tên trận động đất	Imperial Valley	Friuli Italy	Coalinga	TaiwanSmart	Northridge
Thờ căng phía bờ	556.68	627.31	615.62	654.89	600.36
Thờ căng phía biển	-1008.39	-1094.87	-1102.53	-1124.81	-1070.94

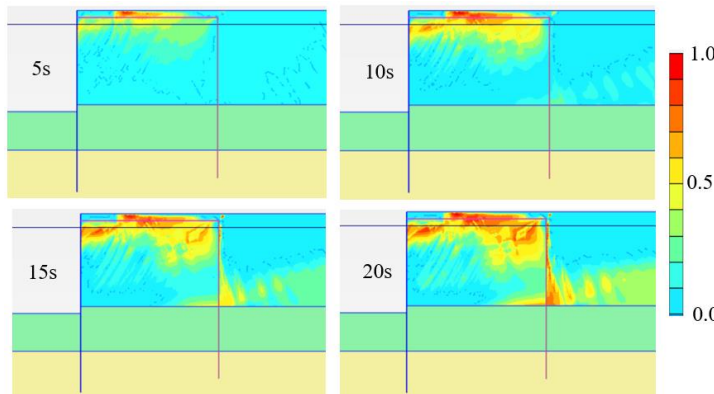
4.2 Sự gia tăng áp lực nước lỗ rỗng và khả năng xảy ra hóa lỏng

Để đánh giá khả năng hóa lỏng của lớp đất lấp sau tường, bài báo này sử dụng phương pháp đánh giá dựa trên hệ số áp lực nước lỗ rỗng dư, r_u , (the excess pore water pressure ratio) [8,15]:

$$r_u = \frac{\Delta u}{\sigma'_{v0}} = \frac{\sigma'_{vt} - \sigma'_{vt}}{\sigma'_{v0}} \quad (1)$$

trong đó: Δu là áp lực nước lỗ rỗng dư, σ'_{vt} là ứng suất hiệu quả của đất ở thời điểm t, và σ'_{v0} là ứng suất hiệu quả ban đầu (ở thời điểm bắt đầu động đất). Nếu áp lực nước lỗ rỗng dư gia tăng bằng với ứng suất hiệu quả ban đầu thì hệ số áp lực nước lỗ rỗng dư bằng 1.0 và đất bị hóa lỏng.

Hình 6 cho thấy sự phân bố áp lực nước lỗ rỗng dư ở các thời điểm 5, 10, 15, 20 giây trong trận động đất Coalinga. Có thể thấy rằng, khả năng hóa lỏng chủ yếu xảy ra ở xa tường cừ và không xảy ra ngay sau tường cừ. Điều này xảy ra do trong quá trình rung lắc, tường cừ bị chuyển vị về phía biển dẫn đến sự gia tăng thể tích lỗ rỗng của khu vực ngay sau cừ, do đó áp lực nước lỗ rỗng không tăng. Bên cạnh đó, phân tích cũng chỉ ra rằng áp lực nước lỗ rỗng có xu hướng tăng mạnh xung quanh các cọc neo do sự dao động qua lại của cọc trong khi động đất xảy ra.



Hình 6. Hệ số áp lực nước lỗ rỗng dư ở một số thời điểm (trận Coalinga)

5. Kết luận

Bài báo đã sử dụng mô phỏng số để xem xét phản ứng của kết cấu bển tường cừ dưới tác dụng của tải trọng động đất theo phương pháp lịch sử thời gian. Năm chuyển động đầu vào dưới dạng các bản ghi gia tốc đã được thu thập và chỉnh sửa cho phù hợp với phổ phản ứng của Việt Nam trước khi gán vào mô hình. Nghiên cứu đã kết hợp sử dụng hai mô hình HS-small và UBC3D-PLM để phân tích biến dạng bển có kể đến sự hóa lỏng của đất. Kết quả cho thấy lưới biến dạng tổng thể của mô hình thu được hoàn toàn phù hợp với các nghiên cứu trước đây. Hình dạng biến dạng của tường cừ không bị ảnh hưởng bởi đặc tính của chuyển động đầu vào mặc dù giá trị chuyển vị là khác nhau. Chuyển vị và mô men lớn nhất của tường cừ xảy ra ở bụng cừ với các giá trị thu được lần lượt là 22.78 cm và 1124.81 kNm. Hiện tượng hóa lỏng chủ yếu xảy ra ở xa tường cừ, áp lực nước lỗ rỗng dư cũng được quan sát thấy tăng mạnh ở xung quanh các cọc neo.

LỜI CẢM ƠN

Nghiên cứu này được tài trợ bởi trường Đại học Giao thông Vận tải (ĐH GTVT) trong đề tài mã số T2022-CT-015.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] S. Iai, T. Kameoka (1993), *Finite element analysis of earthquake induced damage to anchored sheet pile quay walls*, Soils Found. 33 71–91. doi:10.3208/sandf1972.33.71.
- [2] M.R.A. Khan, K. Hayano, M. Kitazume (2009), *Behavior of sheet pile quay wall stabilized by sea-side ground improvement in dynamic centrifuge tests*, Soils Found. 49 193–206. doi:10.3208/sandf.49.193.
- [3] X.H. Bao, G.L. Ye, B. Ye, Y. Sago, F. Zhang (2014), *Seismic performance of SSPQ retaining wall- Centrifuge model tests and numerical evaluation*, Soil Dyn. Earthq. Eng. 61–62 63–82. doi:10.1016/j.soildyn.2014.01.019.
- [4] TCVN 9386:2012 *Thiết kế công trình chịu động đất*, (2012), Bộ Xây dựng.
- [5] W. Van Elsäcker (2016), *Evaluation of seismic induced liquefaction and related effects on dynamic behaviour of anchored quay walls Using UBC3D-PLM constitutive model*, TUdelft.
- [6] A. Athanasopoulos -Zekkos, V.S. Vlachakis, G.A. Athanasopoulos (2013), *Phasing issues in the seismic response of yielding, gravity-type earth retaining walls - Overview and results from a FEM study*, Soil Dyn. Earthq. Eng. 55 59–70. doi:10.1016/j.soildyn.2013.08.004.
- [7] J. Lysmer, R.L. Kuhlemeyer (1969), *Finite Dynamic Model For Infinite Media*, J. Eng. Mech. Div. 859–876.
- [8] Bentley, Plaxis V21 manuals, (2021).
- [9] H. Puebla, M. Byrne, P. Phillips (1997), *Analysis of canlex liquefaction embankments prototype and centrifuge models*, Can. Geotech. J. 34 641–657.
- [10] American Society of Civil Engineers, ASCE 7-02: *Minimum design loads for buildings and other structures*, ANSI/ASCE Stand. 552 (2000) 1–330. doi:10.1061/9780872629042.
- [11] *Pacific Earthquake Engineering Research Center, PEER ground motion data base*, (n.d.) <https://ngawest2.berkeley.edu/site>.
- [12] K. Lilhanadn, S. Tseng (1987), *Generation of synthetic time histories compatible with multiple-damping design response spectra*, in: Trans. 9th Int. Conf. Struct. Mech. React. Technol., Lausanne, pp. 105–110.
- [13] K. Lilhanadn, S. Tseng (1988), *Development and application of realistic earthquake time histories compatible with multiple-damping design spectra*, in: Proc. 9th World Conf. Earthq. Eng., Tokyo Japan, pp. 819–824.
- [14] J. Hancock, J. Watson-Lamprey, N.A. Abrahamson, J.J. Bommer, A. Markatis, E.M.M.A. McCoy, R. Mendis (2006), *An improved method of matching response spectra of recorded earthquake ground motion using wavelets*, J. Earthq. Eng. 10 67–89. doi:10.1080/13632460609350629.
- [15] V. Galavi, A. Petalas, R.B.J. Brinkgreve (2013), *Finite Element Modelling of Seismic Liquefaction in Soils*, Geotech. Eng. 44 55–64.