

MỘT THUẬT TOÁN PHẦN TỬ HỮU HẠN MỜ CẢI TIẾN TRONG PHÂN TÍCH TÍNH KẾT CẤU

TS. NGUYỄN HÙNG TUẤN

Trường Đại học Thủy lợi

GS.TS. LÊ XUÂN HUỖNH

Trường Đại học Xây dựng

Tóm tắt: Bài báo này đề xuất một thuật toán phần tử hữu hạn mờ trong phân tích tĩnh kết cấu. Thuật toán đề xuất dựa trên cơ sở phương pháp mặt đáp ứng, với sự kết hợp của hai mô hình xấp xỉ là: mô hình hồi quy đa thức bậc hai đầy đủ, mô hình hồi quy đa thức bậc hai không đầy đủ, và sự lựa chọn hợp lý các kết quả tính toán trên hai mô hình xấp xỉ này. Các kết quả tính toán đối với kết cấu dàn cho thấy hiệu quả của thuật toán đề xuất.

Abstract: This paper proposes a fuzzy finite element analysis of structural statics. The proposed algorithm is based on the response surface method, with the combination of two surrogate models: a complete quadratic polynomial regression model, a none-complete quadratic polynomial regression model, and the reasonable choosing of the results based on these two models. Numerical results on truss structure verify the effectiveness of the proposed algorithm.

1. Đặt vấn đề

Thuật toán PTHH mờ (fuzzy finite element algorithm) là sự kết hợp giữa các kỹ thuật của phương pháp PTHH và các phép toán trong lý thuyết tập mờ [1], [2], để xác định đáp ứng kết cấu trong trường hợp các tham số đầu vào không chắc chắn được cho dưới dạng số mờ. Trong các hướng tiếp cận để đưa ra các thuật toán PTHH mờ, việc ứng dụng phương pháp mặt đáp ứng RSM [3], [4] trong lý thuyết xác suất - thống kê toán học được xem là thuận tiện hơn cả, do sử dụng các kết quả của phương pháp PTHH tất định và giảm được khối lượng tính toán. Ý tưởng cơ bản của phương pháp này là thay đáp ứng thực kết cấu bằng các hàm xấp xỉ thay thế, sau đó các đáp ứng mờ kết cấu được xác định thông qua các hàm xấp xỉ này. Trong [5], chúng tôi đã đề xuất một thuật toán PTHH mờ phân tích tĩnh kết cấu hệ thanh, với đáp ứng kết cấu là các chuyển vị mờ. Thuật toán đề xuất lựa chọn hàm chuyển vị là hàm thay thế trong mô hình hồi quy đa thức bậc 2 không đầy đủ (sau đây gọi là mô hình

hồi quy đa thức bậc 2 khuyết), và sử dụng phương pháp chuyển đổi (transformation method) [6], với số lượng tổ hợp ít hơn do sử dụng phép đạo hàm, để xác định đáp ứng mờ kết cấu là các chuyển vị nút. Tuy nhiên, thuật toán sẽ không phù hợp khi xác định nội lực mờ kết cấu, do các hàm nội lực thường là các hàm phức tạp (phân thức, đa thức bậc cao) hơn các hàm chuyển vị. Ngoài ra, về nguyên tắc, đối với đáp ứng kết cấu là chuyển vị mờ, mô hình hồi quy đa thức bậc 2 khuyết đơn giản nhưng kém tổng quát so với mô hình đa thức bậc 2 đầy đủ. Để khắc phục các vấn đề nêu trên, bài báo này đề xuất một thuật toán PTHH mờ xác định đáp ứng là các chuyển vị và nội lực mờ trong kết cấu hệ thanh. Thuật toán đề xuất được xây dựng trên cơ sở thuật toán [5], với các cải tiến hợp lý trong việc lựa chọn mô hình hồi quy và xử lý kết quả đầu ra của đáp ứng kết cấu. Thông qua ví dụ minh họa, so sánh với kết quả theo thuật toán [5] và kết quả được xem là "chuẩn" theo thuật toán tối ưu hóa mức α [7], cho thấy hiệu quả của thuật toán đề xuất.

2. Thuật toán phân tích mờ kết cấu

Thuật toán gồm có 5 nội dung, theo trình tự sau đây.

2.1 Xác định các biến mờ chuẩn trong mô hình thay thế

Theo [3], sử dụng biến chuẩn trong mô hình thay thế sẽ làm giảm sai số do làm tròn số khi tính toán các hệ số hồi quy. Trong [5], trên cơ sở nguyên lý thông tin không đầy đủ (insufficient reason) tại [8÷10], chúng tôi đã thiết lập công thức xác định biến mờ chuẩn $\tilde{X}_i$ đối với biến mờ gốc là số mờ tam giác cân $\tilde{x}_i = (a, l, l)_{LR}$ ta xác định biến chuẩn theo công thức sau:

$$X_i = \frac{x_i - a}{l/3} \quad (1)$$

Với phép đổi biến trên, từ biến mờ gốc ban đầu $\tilde{x}_i = (a, l, l)_{LR}$, đã chuyển sang biến mờ chuẩn $\tilde{X}_i = (0, 3, 3)_{LR}$. Nói cách khác, từ biến mờ gốc ban đầu

có miền xác định rất khác nhau, đã chuyển thành các biến chuẩn có cùng miền xác định. Mặc dù được thực hiện trên cơ sở chuyển đổi từ đại lượng mờ sang đại lượng ngẫu nhiên tương đương, tuy nhiên có thể xem biến mờ chuẩn là kết quả một phép biến đổi hình học từ biến mờ gốc ban đầu, được vận dụng tương tự như khái niệm biến chuẩn trong lý thuyết thống kê toán học. Thuật toán đề xuất được thực hiện trong không gian các biến mờ chuẩn, do đó không gây ra sai lệch do chuyển đổi từ đại lượng mờ sang đại lượng ngẫu nhiên (với các tham số đầu vào) và ngược lại, từ đại lượng ngẫu nhiên quay trở lại đại lượng mờ (với đầu ra là đáp ứng kết cấu) trong quá trình tính toán.

2.2 Lựa chọn mô hình thay thế (mô hình mặt đáp ứng)

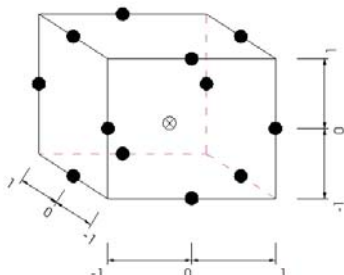
$$y(\mathbf{X}) = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i X_i + \sum_{i=1, i < j}^{n-1} a_{ij} X_i X_j + \sum_{i=1}^n a_{ii} X_i^2 \quad (2)$$

Với việc sử dụng biến chuẩn, a_0 được xác định theo phương trình: $y(\mathbf{X}=\mathbf{0}) = a_0$ (3)

Các hệ số còn lại trong (2) được xác định theo phương pháp bình phương tối thiểu.

2.3 Thiết kế mẫu thử

Khi sử dụng phương pháp mặt đáp ứng, có ba thiết kế mẫu thử thường được sử dụng trong thực tế tính toán: mẫu siêu lập phương Latin (Latin hypercube sampling), mẫu mặt trung tâm lập phương (face - centered cube design), mẫu Box-Behnken (Box - Behnken design). Trong các mẫu thử trên, mẫu mặt trung tâm lập phương và mẫu Box - Behnken thường được sử dụng. Tuy nhiên, khi có cùng số lượng biến đầu vào, thiết kế mẫu Box - Behnken thường có số lượng điểm đáp ứng (số lượng tổ hợp các phương án đầu vào trong bài toán PTHH tất định) ít hơn mẫu mặt trung tâm lập phương. Do đó, trong thuật toán đề xuất, sử dụng thiết kế mẫu Box - Behnken. Thiết kế mẫu Box - Behnken với 3 biến số đầu vào được thể hiện trên hình 1, trong đó ký hiệu ± 1 chỉ $\frac{1}{2}$ độ dài khoảng biến thiên của biến.



Hình 1. Thiết kế mẫu Box – Behnken với ba biến số

Trong lý thuyết thống kê, một số mô hình thay thế thường được sử dụng là: mô hình hồi quy đa thức (polynomial regression model PRG), mô hình Kringing (Kringing model KRG), hàm cơ sở hướng tâm (radial basis functions RBF). Trong các mô hình này, mô hình hồi quy đa thức thường được sử dụng để xây dựng hàm mặt đáp ứng do đơn giản và thuận tiện trong tính toán. Trong [5], chúng tôi đã sử dụng mô hình hồi quy đa thức bậc 2 khuyết làm mô hình thay thế. Tuy nhiên, như đã đề cập ở trên, đối với đáp ứng kết cấu là các chuyển vị mờ, mô hình hồi quy đa thức bậc 2 đầy đủ sẽ mang tính tổng quát hơn. Do đó, bên cạnh việc sử dụng *mô hình hồi quy đa thức bậc 2 khuyết*, thuật toán đề xuất sử dụng *mô hình hồi quy đa thức bậc hai đầy đủ* đối với các biến mờ chuẩn làm mô hình thay thế, cho đáp ứng kết cấu là các chuyển vị mờ:

2.4 Ước lượng sai lệch và chọn lựa phương án

Ước lượng sai lệch đánh giá chất lượng của mô hình thay thế và dùng để lựa chọn phương án phù hợp giữa các phương án tính toán. Các dạng ước lượng sai lệch thường sử dụng là: phương pháp mẫu đơn (split sample), phương pháp kiểm tra chéo (cross - validation) và phương pháp mồi (bootstrapping). Trong các phương pháp trên, phương pháp mẫu đơn và phương pháp kiểm tra chéo dễ sử dụng để lựa chọn các phương án hơn cả. Trong thuật toán đề xuất, chúng tôi sử dụng phương pháp kiểm tra chéo rời bỏ một tập (leave - one - out cross - validation), trong đó mỗi điểm đáp ứng được kiểm tra một lần và thử $k - 2$ lần (do mẫu trung tâm đã sử dụng để xác định a_0 theo công thức (3)). Ưu điểm của phương pháp này theo [4] là đưa đến ước lượng không chệch của sai lệch tổng và phương sai tương ứng sẽ giảm khi so sánh với phương pháp mẫu đơn. Nhược điểm của phương pháp này là đòi hỏi tính toán nhiều lần các mô hình thay thế. Tuy nhiên, nhược điểm này có thể khắc phục nếu lập trình tự động hóa lựa chọn các tổ hợp mẫu từ các mẫu cho trước để đưa vào mô hình hồi quy. Ước lượng sai lệch của phương án thứ j (sử dụng $\mathbf{X}^{(j)}$ làm tập kiểm tra) xác định theo công thức :

$$GSE_j = \left(y_j - \hat{y}_j^{(-j)} \right)^2 \rightarrow \min \quad (4)$$

2.5 Xác định đáp ứng mờ kết cấu

Để xác định đáp ứng mờ kết cấu, cần giải các bài toán quy hoạch phi tuyến trên các lát cắt α của các tham số mờ đầu vào. Trong đó, hàm mục tiêu cần tối ưu không thể biểu diễn dưới dạng hàm hiện. Để giải quyết vấn đề này, thuật toán đề xuất sử dụng thuật giải di truyền GA (genetic algorithm) [11], là một thuật toán thuộc nhóm thuật toán tối ưu theo quần thể, trong Matlab 7.12. Các thuật toán tối ưu theo quần thể khác, như thuật toán tối ưu hóa bầy đàn PSO (particle swarm optimization), thuật toán tiến hóa vi phân DE (differential evolution), được xem là các công cụ hữu hiệu để giải bài toán quy hoạch phi tuyến. Sau đây sẽ trình bày cụ thể các cải tiến của thuật toán đề xuất để nâng cao độ chính xác trong việc xác định đáp ứng kết cấu, đối với hai trường hợp: đáp ứng là chuyển vị mờ, đáp ứng là nội lực mờ.

2.5.1 Đáp ứng kết cấu là chuyển vị mờ

Trong thuật toán đề xuất, chuyển vị mờ được xác định trực tiếp trên cơ sở giải các bài toán quy hoạch phi tuyến của hàm thay thế. Do đó, hàm thay thế theo mô hình đa thức bậc 2 đầy đủ sẽ mang tính tổng quát và có độ chính xác hơn hàm thay thế theo mô hình đa thức bậc 2 khuyết. Vì vậy, đối với đáp ứng kết cấu là chuyển vị mờ, thuật toán đề xuất tính toán trên mô hình đa thức bậc 2 đầy đủ.

2.5.2 Đáp ứng kết cấu là nội lực mờ

Nội lực mờ được xác định thông qua chuyển vị mờ theo công thức: $\mathbf{R}_e = \mathbf{K}_e \mathbf{u}_e - \mathbf{F}_e$. Do nội lực xác định theo chuyển vị mờ nên độ chính xác của nội lực nói chung kém hơn độ chính xác của chuyển vị. Do đó, để nâng cao độ chính xác nội lực mờ, bài báo đề xuất một thuật toán tính toán nội lực mờ trên cơ sở kết hợp hai mô hình của chuyển vị mờ, đó là:

mô hình đa thức bậc hai đầy đủ và, mô hình đa thức bậc hai khuyết. Thông thường hay gặp trường hợp các kết quả tính toán nội lực mờ có độ rộng lớn hơn nhiều so với thực tế [12]. Để khắc phục vấn đề này, thuật toán đề xuất xác định nội lực mờ kết cấu trên cơ sở phép giao của kết quả tính toán nội lực mờ kết cấu theo hai mô hình chuyển vị mờ nêu trên:

$$\begin{aligned} S_{\alpha \min} &= \max(S_{\alpha 1, \min}; S_{\alpha 2, \min}) \\ S_{\alpha \max} &= \min(S_{\alpha 1, \max}; S_{\alpha 2, \max}) \end{aligned} \quad (5)$$

trong đó: $S_{\alpha \min}$, $S_{\alpha \max}$ - biên dưới, biên trên của nội lực mờ kết cấu tại lát cắt α theo thuật toán đề xuất;

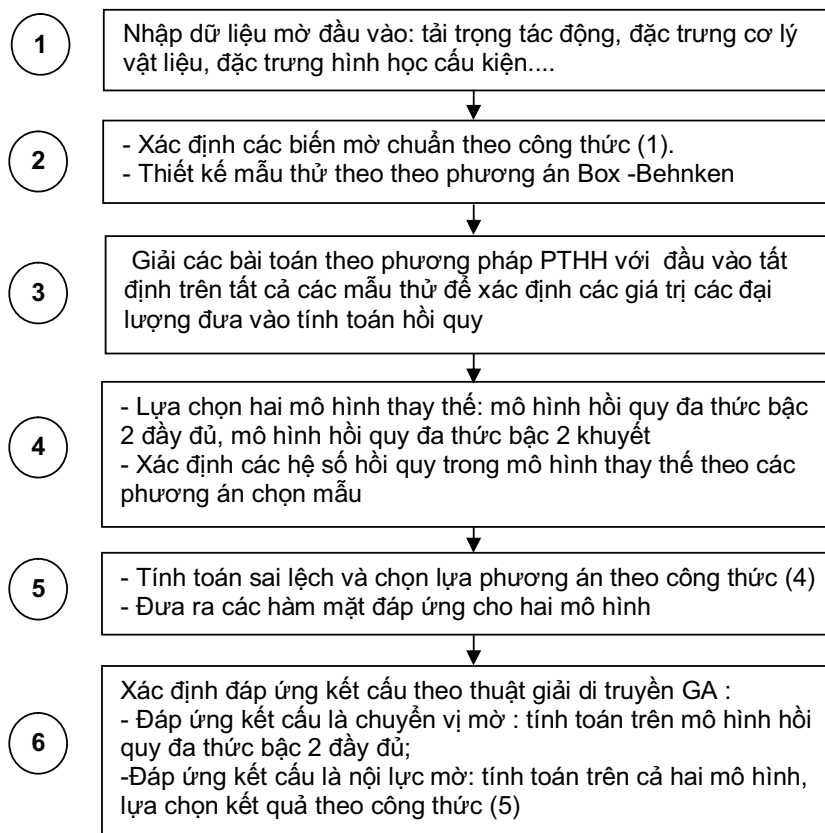
$S_{\alpha 1, \min}$, $S_{\alpha 1, \max}$ - biên dưới, biên trên của nội lực mờ kết cấu tại lát cắt α theo mô hình hồi quy đa thức bậc 2 đầy đủ;

$S_{\alpha 2, \min}$, $S_{\alpha 2, \max}$ - biên dưới, biên trên của nội lực mờ kết cấu tại lát cắt α theo mô hình hồi quy đa thức bậc 2 khuyết.

Công thức (5) cho kết quả tính toán nội lực mờ kết cấu là miền hẹp nhất trong hai phương án sử dụng cho mô hình thay thế (đa thức bậc 2 đầy đủ, đa thức bậc 2 khuyết). Về ý nghĩa toán học, công thức (5) chính là phép giao của hai tập con mờ A và B, theo lý thuyết tập mờ [1]. Theo [1], xét độ thuộc đối với 3 tập A, B và $A \cap B$, thì mọi phần tử x_i của X có độ thuộc nhỏ nhất thuộc về tập $A \cap B$. Vì vậy, việc sử dụng (5) sẽ thu hẹp được bề rộng của số mờ đầu ra (nội lực mờ kết cấu) trên các lát cắt α , nghĩa là cho kết quả tính toán nội lực có độ chính xác cao hơn. Ví dụ minh họa sẽ cho thấy rõ điều này.

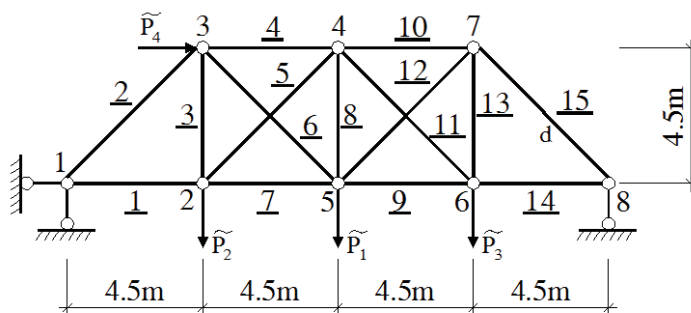
2.6 Trình tự tính toán

Các bước tính toán được thể hiện trên hình 2.



Hình 2. Trình tự tính toán

3. Ví dụ minh họa



Hình 3. Ví dụ minh họa

Xét hệ dàn phẳng như hình 3. Mô đun đàn hồi $\tilde{E}$, các lực $\tilde{P}_1, \tilde{P}_2, \tilde{P}_3, \tilde{P}_4$ là các số mờ tam giác cân: $\tilde{E} = (200, 20, 20)_{LR}$ GPa; $\tilde{P}_1 = (200, 20, 20)_{LR}$ kN; $\tilde{P}_2 = (100, 10, 10)_{LR}$ kN; $\tilde{P}_3 = (100, 10, 10)_{LR}$ kN; $\tilde{P}_4 = (90, 9, 9)_{LR}$ kN.

Yêu cầu: xác định các chuyển vị và nội lực mờ của các thanh trong dàn.

Thực hiện tính toán theo thuật toán đề xuất, kết quả các chuyển vị mờ theo phương ngang u_i (i - số thứ tự nút) và phương đứng v_i , nội lực mờ N_k (k - số

thứ tự phần tử) tại các lát cắt $\alpha = 0$ được thể hiện ở bảng 1, bảng 2, bảng 3.

Để kiểm tra độ tin cậy và hiệu quả của thuật toán đề xuất, tính toán theo mô hình đa thức bậc 2 đầy đủ, đa thức bậc 2 khuyết, sử dụng thuật toán tối ưu hóa mức α [7] làm chuẩn để so sánh. Kết quả tính toán tại các lát cắt $\alpha = 0$ được thể hiện ở bảng 1, bảng 2, bảng 3.

Để thấy rõ hiệu quả của thuật toán đề xuất, thực hiện tính toán tại 6 lát cắt α của các số mờ theo thuật toán đề xuất, theo mô hình đa thức bậc 2 đầy

KẾT CẤU – CÔNG NGHỆ XÂY DỰNG

đủ, mô hình đa thức bậc 2 khuyết, và so sánh với kết quả sử dụng thuật toán tối ưu hóa mức α , là thuật toán được xem là "chuẩn" trong tính toán đáp ứng mờ kết cấu. Trong khuôn khổ của bài báo, các kết quả đối với nội lực mờ $N_5, N_8, N_9, N_{11}, N_{13}, N_{14}$,

N_6 được thể hiện trên hình 4, hình 5, hình 6, hình 7, hình 8, hình 9, hình 10. Sai lệch bề rộng khoảng IE tính toán theo [5] lớn nhất đối với lực dọc mờ N_6 , và các sai lệch tương ứng AE_{Nmin} , AE_{Nmax} tương ứng được thể hiện trên bảng 4.

Bảng 1. Chuyển vị ngang mờ u_i tại lát cắt $\alpha = 0$

Nút	Chuyển vị u_i tại lát cắt $\alpha = 0$ theo thuật toán đề xuất (m)	Chuyển vị u_i tại lát cắt $\alpha = 0$ theo thuật toán tối ưu hóa mức α (m)	Chuyển vị u_i tại lát cắt $\alpha = 0$ theo mô hình đa thức bậc 2 không đầy đủ (m)
2	[0.0049, 0.0074]	[0.0049, 0.0074]	[0.0049, 0.0073]
3	[0.0241, 0.0359]	[0.0241, 0.0360]	[0.0238, 0.0356]
4	[0.0143, 0.0213]	[0.0142, 0.0212]	[0.0141, 0.0210]
5	[0.0138, 0.0205]	[0.0138, 0.0206]	[0.0137, 0.0205]
6	[0.0219, 0.0326]	[0.0219, 0.0327]	[0.0216, 0.0324]
7	[0.0049, 0.0073]	[0.0049, 0.0073]	[0.0048, 0.0071]
8	[0.0258, 0.0386]	[0.0260, 0.0388]	[0.0256, 0.0384]

Bảng 2. Chuyển vị đứng mờ v_i tại lát cắt $\alpha = 0$

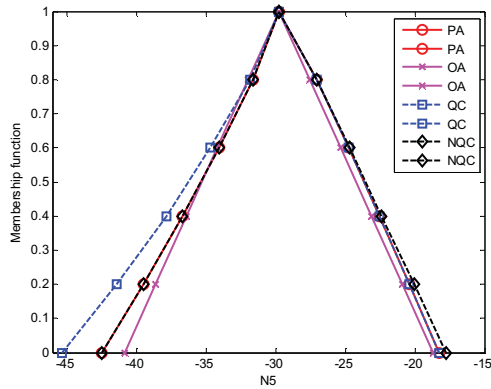
Nút	Chuyển vị u_i tại lát cắt $\alpha = 0$ theo thuật toán đề xuất (m)	Chuyển vị u_i tại lát cắt $\alpha = 0$ theo thuật toán tối ưu hóa mức α (m)	Chuyển vị u_i tại lát cắt $\alpha = 0$ theo mô hình đa thức bậc 2 không đầy đủ (m)
2	[-0.0531, -0.0357]	[-0.0532, -0.0356]	[-0.0526, -0.0352]
3	[-0.0497, -0.0334]	[-0.0498, -0.0334]	[-0.0493, -0.0330]
4	[-0.0696, -0.0467]	[-0.0697, -0.0467]	[-0.0691, -0.0462]
5	[-0.0725, -0.0486]	[-0.0726, -0.0486]	[-0.0719, -0.0480]
6	[-0.0526, -0.0352]	[-0.0527, -0.0353]	[-0.0522, -0.0350]
7	[-0.0487, -0.0327]	[-0.0483, -0.0323]	[-0.0488, -0.0327]

Bảng 3. Nội lực mờ N_k tại lát cắt $\alpha = 0$

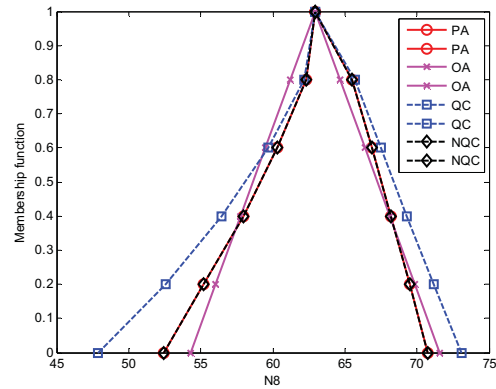
Phản tử	Nội lực N_k thuật toán đề xuất (kN)	Nội lực N_k theo thuật toán tối ưu hóa mức α (kN)	Nội lực N_k theo mô hình đa thức bậc 2 không đầy đủ (kN)	Nội lực N_k theo mô hình đa thức bậc 2 đầy đủ (kN)
1	[237.6590, 294.7679]	[240.7502, 294.2500]	[237.6590, 297.6747]	[237.0211, 294.7679]
2	[-283.1009, -220.6933]	[-282.4892, -219.5570]	[-285.6969, -217.0131]	[-283.1009, -220.6933]
3	[108.1996, 136.9573]	[106.8525, 135.2341]	[108.1996, 136.9573]	[106.1712, 140.5507]
4	[-353.2004, -285.9976]	[-356.3524, -291.5612]	[-357.4883, -285.9976]	[-353.2004, -285.4696]
5	[-42.4439, -18.2228]	[-40.8200, -18.6994]	[-42.4439, -17.7423]	[-45.3479, -18.2228]
6	[66.1074, 96.8557]	[66.5070, 93.1767]	[66.1074, 96.8557]	[65.5117, 99.7069]
7	[260.5507, 321.7632]	[259.6898, 317.3976]	[259.0372, 322.0624]	[260.5507, 321.7632]
8	[52.4304, 70.7781]	[54.3166, 71.5866]	[52.4304, 70.7781]	[47.8632, 73.1307]
9	[234.6004, 290.3413]	[237.9677, 290.8491]	[231.2762, 290.3413]	[234.6004, 290.6610]
10	[-336.0867, -275.4615]	[-333.4009, -272.7833]	[-338.8939, -272.3661]	[-336.0867, -275.4615]
11	[-72.9843, -50.4060]	[-70.3276, -48.2071]	[-74.2031, -50.4060]	[-72.9843, -48.7626]
12	[99.0911, 128.0751]	[100.6391, 127.3088]	[97.4675, 128.3993]	[99.0911, 128.0751]
13	[125.4396, 156.6791]	[127.7177, 156.0991]	[125.4396, 157.3266]	[124.6475, 156.6791]
14	[196.4112, 241.8909]	[200.2503, 244.7500]	[196.4112, 247.0991]	[192.9208, 241.8909]
15	[-346.6271, -285.6186]	[-346.1288, -283.1965]	[-346.6271, -279.5870]	[-347.3970, -285.6186]

Bảng 4. Lực dọc mờ N_6 (kN)

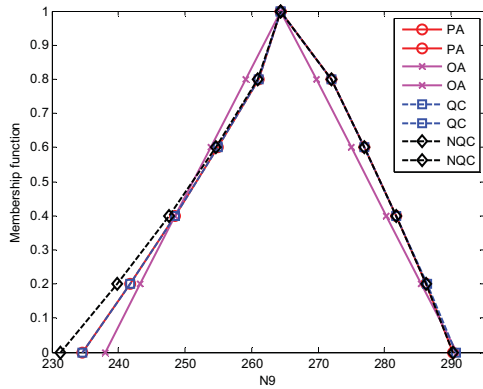
Lát cắt α	Thuật toán đề xuất		Thuật toán tối ưu hóa mức α		Sai lệch $AE_{Nmin}(\%)$	Sai lệch $AE_{Nmax}(\%)$	Sai lệch IE(%)
	N_{6min} (kN)	N_{6max} (kN)	N_{6min} (kN)	N_{6max} (kN)			
0.0000	66.1074	96.8557	66.5070	93.1767	0.60	3.95	15.29
0.2000	68.3722	92.4415	69.1739	90.5097	1.16	2.13	
0.4000	70.7467	88.4329	71.8411	87.8427	1.52	0.67	
0.6000	73.2444	84.8125	74.5079	85.1758	1.70	0.43	
0.8000	75.8979	81.5568	77.1749	82.5088	1.65	1.15	
1.0000	79.8418	79.8418	79.8418	79.8418	0.00	0.00	



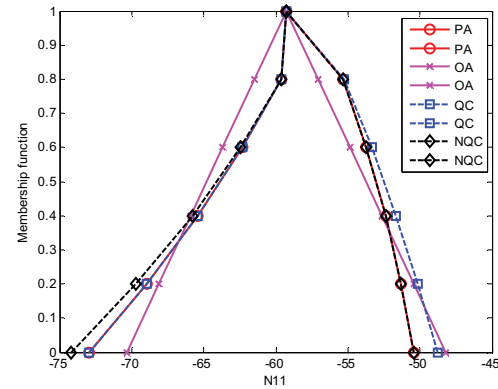
Hình 4. Nội lực mờ N_5 (kN)



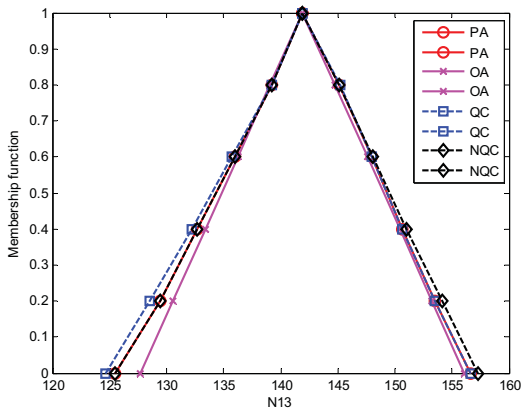
Hình 5. Nội lực mờ N_8 (kN)



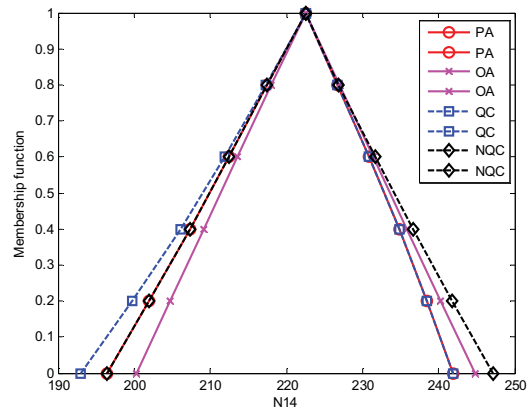
Hình 6. Nội lực mờ N_9 (kN)



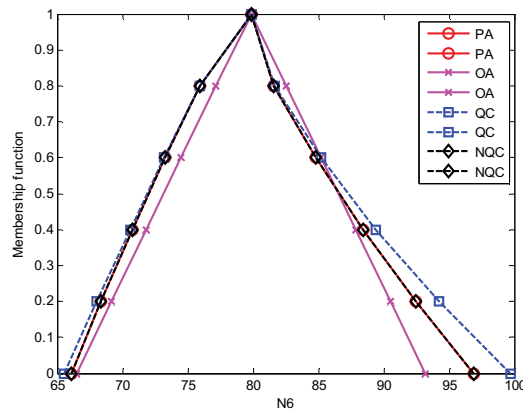
Hình 7. Nội lực mờ N_{11} (kN)



Hình 8. Nội lực mờ N_{13} (kN)



Hình 9. Nội lực mờ N_{14} (kN)



Hình 10. Nội lực mờ N_6 (kN)

PA - thuật toán đề xuất ; OA - thuật toán tối ưu hóa mức α ; QC - sử dụng mô hình đa thức bậc 2 đầy đủ; NQC - sử dụng mô hình đa thức bậc 2 khuyết.

Thông qua ví dụ minh họa trên, nhận thấy một số đặc điểm sau của thuật toán đề xuất:

- Thuật toán đề xuất cho kết quả tính toán sát với kết quả được lấy làm chuẩn [7] và có sai lệch bé nhất trong các phương án tính toán, cho tất cả các chuyển vị nút và nội lực tại các phần tử;

- Các sai lệch bề rộng khoảng IE, sai lệch AE_{Nmin} và AE_{Nmax} tính toán theo [5] đều tương đối nhỏ. Sai lệch bề rộng khoảng IE lớn nhất là 15.29% đối với lực dọc mờ N_6 . Tuy nhiên, các sai lệch AE_{Nmin} và AE_{Nmax} tương ứng tương đối nhỏ (lần lượt là 0.60% và 3.95%). Do đó, trong trường hợp này, vẫn đảm bảo độ chính xác theo yêu cầu tính toán.

4. Kết luận

Bài báo đã đề xuất một thuật toán phần tử hữu hạn mờ trong phân tích tĩnh kết cấu, trên cơ sở cải tiến thuật toán đã có của tác giả trong [5]. Với sự lựa chọn hợp lý các kết quả tính toán theo hai mô hình thay thế của hàm chuyển vị mờ là: mô hình đa thức bậc 2 đầy đủ, mô hình đa thức bậc 2 khuyết. Cơ sở toán học của lựa chọn này là sử dụng kết quả phép giao của các tập con mờ tính toán từ hai mô hình thay thế. Thuật toán đề xuất đã làm tăng độ chính xác đối với kết quả tính toán nội lực mờ kết cấu qua ví dụ kiểm chứng.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. B.Bouchon, Meunier, Hồ Thuần, Đặng Thanh Hà (2007), Logic mờ và ứng dụng, Nhà Xuất bản Đại học quốc gia Hà Nội, Hà Nội.
2. Dubois D., Prade H. (1980), Fuzzy Sets and Systems, Academic Press, New York.

3. Mason R.L., Guns R.F. and Hess J.L. (2003), Statistical Design and Analysis of Experiment: With Applications to Engineering and Science, Second Editor, John Wiley & Sons.
4. Queipo N.V., Haftka R.T., Shyy W., Goel T., Vaidyanathan R., Tucker P.K. (2005), "Surrogate – based analysis and optimizaton", *Progress in Aerospace Sciences* 41, pp. 1- 28.
5. Nguyễn Hùng Tuấn, Lê Xuân Huỳnh (2013), "Một thuật toán phần tử hữu hạn mờ phân tích tĩnh hệ thanh có tham số không chắc chắn", *Hội nghị Khoa học toàn quốc Cơ học Vật rắn biến dạng lần thứ XI, Hồ Chí Minh* 7 - 9/11/2013.
6. Hanss M. (2005), Applied fuzzy arithmetic - An introduction with engineering applications, Berlin Springer.
7. Möller B. , Beer M. (2004), Fuzzy Randomness – Uncertainty in Civil Engineering and Computational Mechanics, Springer, Dresden.
8. Dubois D., Prade H., Sandri S. (1993), On Possibility/Probability Transformations, *Proceedings of Fourth IFSA Conference*.
9. Dubois D., Foulloy L., Mauris G. and Prade H. (2004), "Probability – Possibility Transformations, Triangular Fuzzy Sets, and Probabilistic Inequalities", *Reliable Computing* 10, pp.273-297, Kluwer Academic Publishers, Printed Netherlands.
10. Dubois D.(2006), "Possibility Theory and Staticstical Reasoning", *Computational Statistics & Data Analysis* 51, pp. 47 - 59.
11. Michalewics Z. (1995), Genetic Algorithms + Data Structures =Evolution Programs, Springer.
12. Rama Rao M.V. , Mullen R.L., Muhanna R.L. (2011), A new interval finite element formulation with the same accuracy in primary and derived variables, *Int. J.Reliability and Safety* Vol.5, Nos.3/4.

Ngày nhận bài: 6/02/2017.

Ngày nhận bài gửi lần cuối: 26/2/2017.