

ỨNG DỤNG PHƯƠNG PHÁP SỐ BÌNH PHƯƠNG NHỎ NHẤT ĐỂ XÁC ĐỊNH CÁC CHỈ TIÊU CỐ KẾT CỦA ĐẤT BẰNG PHƯƠNG PHÁP ASAOKA KHI XỬ LÝ NỀN ĐẤT YẾU

ThS. TRẦN THỊ THẢO

Trường Đại học Giao thông Vận tải Hà Nội

Tóm tắt: Phương pháp Asaoka (1978) để xác định độ lún toàn phần của đất trong quá trình xử lý đất yếu là phương pháp được giới địa kỹ thuật chấp nhận và hiện nay được sử dụng rộng rãi tại Việt Nam vì nó khá đơn giản và độ chính xác khá tốt. Trong quá trình kiểm tra rất nhiều các công trình có liên quan đến xử lý đất yếu của Hội đồng nghiệm thu nhà nước (HĐNTNN) chúng tôi thấy các báo cáo xử lý đất yếu chỉ cung cấp các chỉ tiêu về độ cố kết của đất mà không có phần đánh giá độ chính xác của chúng dẫn đến các chuyên gia Hội đồng và đơn vị thiết kế không thể biết được mức độ tin cậy của các số liệu được cung cấp để sử dụng. Trong bài viết này chúng tôi sẽ cung cấp một phương pháp tính mới để xử lý các số liệu quan trắc khi xử lý đất yếu dựa trên phương pháp số bình phương nhỏ nhất – một phương pháp được đánh giá là tốt nhất để xử lý các số liệu quan trắc. Ngoài ra thuật toán dựa theo phương pháp này còn cung cấp các công thức đánh giá độ chính xác của các yếu tố trên cơ sở của lý thuyết sai số. Quá trình tính toán được minh họa bằng một ví dụ bằng số cụ thể với chuỗi số liệu quan trắc đã được xử lý bằng phương pháp Asaoka kinh điển lấy từ báo cáo xử lý đất yếu trên một công trình quan trọng tại Việt Nam. Sự trùng khớp hoàn toàn của các kết quả tính toán bằng 2 phương pháp chứng minh tính đúng đắn của phương pháp tính do chúng tôi đề xuất.

Từ khóa: Phương pháp Asaoka, Xử lý đất yếu, Độ lún, phương pháp số bình phương nhỏ nhất, Thuật toán, Ma trận.

Abstract: Asaoka method [Asaoka 1978] for prediction of total settlement of soil during soil improvement process by surcharge and vertical drain is well accepted by geotechnical engineering community and now is widely used in Viet Nam due to its simplicity and relatively accuracy. During the inspection process of National Acceptance Committee (NAC) in various projects it is usually observed that the soft soil treatment reports present

consolidation parameters without accuracy estimation. Consequently the experts of NAC and design consultant do not know the reality degree of the data being provided. This paper presents a new algorithm for calculation of predicted total settlement based on Least Square Method (LSM) – the best suitable method for treatment the monitoring data. In addition the algorithm based on proposed method provides also formula for accuracy estimation giving mean square error of all parameters computed. The calculation procedure is illustrated by a numeric example with observation series taken from consolidation report of an important project in Viet Nam that has already been processed by classical Asaoka method. The coincidence of all results calculated by both two methods prove the correctness of proposed algorithm.

Tags: *Asaoka, Soil improvement, Settlement, Least Square Method, Algorithm, Matrix.*

1. Đặt vấn đề

Phương pháp Asaoka (1978) là một phương pháp khá đơn giản và cho độ chính xác khá tốt để đánh giá các chỉ tiêu cố kết của đất khi xử lý nền đất yếu bằng phương pháp gia tải kết hợp với cắm bấc thắm thẳng đứng. Hiện nay phương pháp này được sử dụng khá rộng rãi trong thực tiễn sản xuất tại Việt Nam. Trong quá trình kiểm tra các công trình có liên quan đến xử lý nền đất yếu chúng tôi thấy báo cáo của các nhà thầu chỉ nêu các chỉ tiêu cố kết của đất như giá trị độ lún giới hạn, độ cố kết của đất,... mà không hề có các số liệu đánh giá mức độ tin cậy của các chỉ tiêu đó dẫn đến người sử dụng các kết quả này không thể biết được mức độ tin cậy của các số liệu mình được cung cấp. Dưới đây chúng tôi xin trình bày một thuật toán khá đơn giản nhưng rất hiệu quả và chính xác để xác định các chỉ tiêu cố kết của đất bằng phương pháp Asaoka. Thuật toán này không những cho phép xác định các chỉ tiêu cố kết

của đất một cách chính xác bằng phương pháp số bình phương nhỏ nhất (Least Square Method – LSM) mà còn cho phép đánh giá độ chính xác của các yếu tố nhận được trên cơ sở của lý thuyết sai số.

2. Phương pháp Asaoka để xác định các chỉ tiêu cố kết của đất

Do phạm vi khuôn khổ của bài viết có hạn chúng tôi không đi sâu vào các vấn đề lý thuyết của phương pháp Asaoka mà chỉ trình bày về các bước thực hiện để xác định các chỉ tiêu cố kết của đất. Trình tự các bước đó như sau:

Bước 1: Dựng một hệ tọa độ giả định.

Bước 2: Dựa vào kết quả quan trắc vẽ các điểm nằm trên đường thẳng (tạm gọi là đặc tuyến Asaoka) $P_1(S_1, S_2), P_2(S_2, S_3), \dots, P_i(S_i, S_{i+1}), \dots, P_n(S_{n-1}, S_n)$ trong đó S_i là độ lún đo được tại chu kỳ thứ i .

Bước 3: Vẽ đường đặc tuyến Asaoka.

Theo lý thuyết các điểm $P_1(S_1, S_2), P_2(S_2, S_3), \dots, P_i(S_i, S_{i+1}), \dots, P_n(S_{n-1}, S_n)$ phải nằm trên đường thẳng.

$$y = \alpha x + \beta \quad (1)$$

Tuy nhiên do tác động của các sai số nên các điểm trên không nằm trên đường thẳng mà tạo thành một đường dích dắc. Cần phải xấp xỉ các điểm nói trên với đường thẳng sau đó xác định các hệ số α và β .

$$\alpha = Ar \tan\left(\frac{\Delta Y}{\Delta X}\right) \quad (2)$$

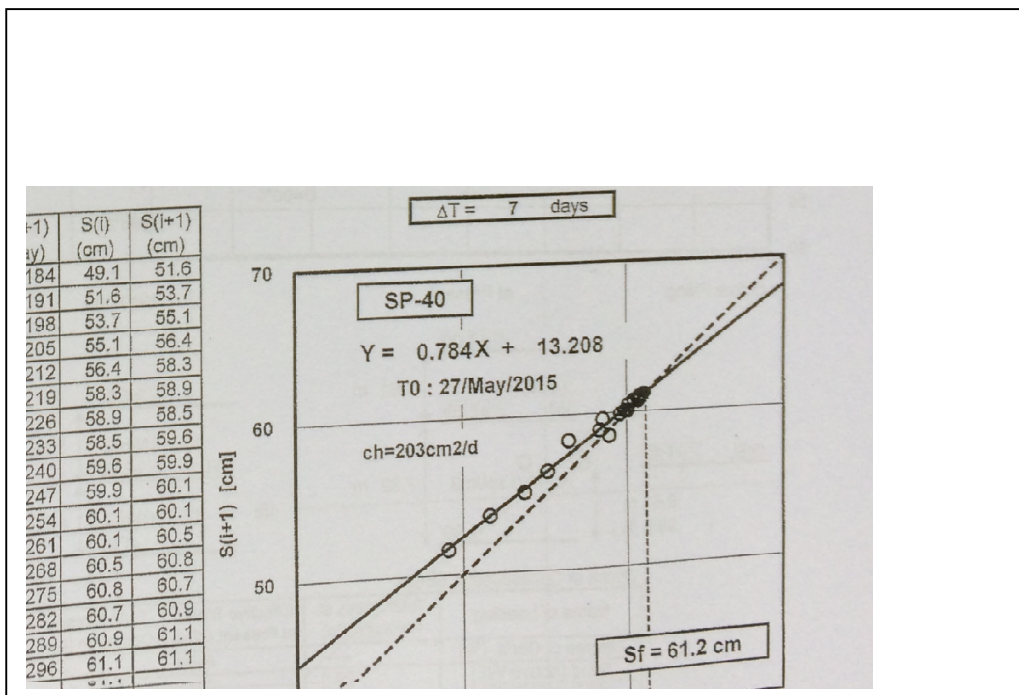
Hệ số β là giá trị của hàm tại điểm $x = 0$ (giao điểm của đặc tuyến Asaoka với trục tung).

Bước 4: Xác định độ lún giới hạn S_f (Predicted final settlement) là giá trị của hàm tại giao điểm giữa đặc tuyến Asaoka và đường thẳng $y = x$.

Bước 5: Xác định độ cố kết của đất tại thời điểm t cho trước theo công thức:

$$K = \frac{S_t}{S_f} 100 \quad (3)$$

Trong đó: S_t – độ lún tại thời điểm t cần đánh giá.



Hình 1. Một trang của báo cáo xử lý kết quả quan trắc bằng phương pháp Asaoka

Hình 1 là một trang trong báo cáo chính thức của nhà thầu quan trắc xử lý đất yếu bằng phương pháp gia tải kết hợp cắm bác thấm thẳng đứng trong đó bên trái là kết quả quan trắc độ lún từ thời điểm kết thúc gia tải, bên phải là quá trình xác định các chỉ tiêu cố kết bằng Asaoka kinh điển theo các

bước nêu ở trên. Kết quả cho thấy phương trình đặc tuyến Asaoka là $0.784X + 13.208$, độ cố kết đạt được tại thời điểm $t = 296$ ngày kể từ thời điểm ngừng cấp tải là 99.8%.

Nhìn vào các số liệu chúng ta thấy độ cố kết của đất đã gần đạt đến giá trị cực đại và chỉ có thể kết

luận là độ cố kết là cực kỳ tốt nhưng không thể đánh giá được các số liệu quan trắc và độ cố kết đó tin cậy đến mức nào. Dưới đây chúng tôi sẽ đưa ra một quy trình tính toán đơn giản cho phép vừa xử lý nhanh chóng và chính xác các kết quả vừa đưa ra các chỉ tiêu đánh giá độ chính xác của các kết quả thu được

3. Ứng dụng phương pháp số bình phương nhỏ nhất để đánh giá các chỉ tiêu cố kết của đất theo phương pháp Asaoka

Nguyên lý số bình phương nhỏ nhất (Least Square Method-LSM) được nhà toán học người Đức F Gauss xây dựng từ năm 1794 và ngay từ khi mới ra đời nó đã được thừa nhận rộng rãi là công cụ toán học tốt nhất để xử lý các chuỗi số liệu quan trắc. Do khuôn khổ của bài viết nên chúng tôi không trình bày chi tiết về lý thuyết của phương pháp LSM mà chỉ trình bày về ứng dụng của nó để xử lý các số liệu quan trắc đánh giá cố kết bằng phương pháp Asaoka.

Giả sử chúng ta có n+1 số liệu quan trắc độ lún khi xử lý đất yếu $S_1, S_2, \dots, S_i, \dots, S_n, S_{n+1}$ khoảng thời gian dẫn cách giữa các lần đo là $\Delta T = \text{Const}$.

Trong phương trình (1) các giá trị x và y đã biết từ kết quả quan trắc hiện trường, các ẩn số cần xác định là α và β . Như vậy để xác định được các chỉ tiêu cố kết bằng phương pháp Asaoka như đã nêu ở trên cần tối thiểu 2 phương trình dạng (1) tức là 3 số liệu quan trắc tại 3 thời điểm khác nhau.

Trong thực tế để đánh giá các chỉ tiêu cố kết của đất người ta thường thực hiện một chuỗi quan trắc rất lớn do đó có thể sử dụng phương pháp LSM để xử lý số liệu xác định các chỉ tiêu cố kết của đất với độ chính xác được nâng cao một cách đáng kể.

Nếu chuỗi trị đo không có sai số thì đặc tuyến Asaoka sẽ là đường thẳng (1). Tuy nhiên, do rất nhiều nguyên nhân nên các trị đo bao giờ cũng có các sai số do đó biểu thức 1 không được thỏa mãn và nó cần viết lại dưới dạng sau

$$\alpha x_i + \beta - y_i = v_i \tag{2}$$

trong đó v_i là một đại lượng nhỏ gọi là số hiệu chỉnh và phương trình (2) gọi là phương trình số hiệu chỉnh.

Từ (2) với n+1 số liệu quan trắc có thể viết được hệ phương trình gồm n phương trình như sau

$$\begin{aligned} v_1 &= a_1\alpha + b_1\beta + l_1 \\ v_2 &= a_2\alpha + b_2\beta + l_2 \\ &\dots\dots\dots \\ v_n &= a_n\alpha + b_n\beta + l_n \end{aligned} \tag{3}$$

Hệ phương trình (4) gọi là hệ phương trình số hiệu chỉnh. Ở dạng ma trận hệ này được viết như sau:

$$V = AX + L \tag{4}$$

Trong đó:

V – Vec tơ số hiệu chỉnh gồm n phần tử; $V^T = v_1, v_2, \dots, v_n$;

A – Ma trận hệ phương trình số hiệu chỉnh kích thước của ma trận này là $n \times 2$;

L – Vec tơ số hạng tự do gồm n phần tử $L^T = l_1, l_2, \dots, l_n$.

Vì các đại lượng v_i trong (4) là các đại lượng ngẫu nhiên nên theo nguyên lý số bình phương nhỏ nhất chúng phải thỏa mãn điều kiện $\Sigma v^2 = \text{Min}$.

Kí hiệu: $\Phi = \Sigma v^2$ ta có

$$\Phi = \Sigma (a_i\alpha + b_i\beta + l_i)^2 \tag{5}$$

Để tìm cực trị của hàm (6) theo qui tắc cần lấy đạo hàm bậc nhất của Φ và cho nó bằng 0 sẽ giải ra được các nghiệm α và β là điểm cực trị của hàm, đạo hàm bậc 2 của hàm Φ là số dương nên điểm cực trị sẽ là cực tiểu.

Lấy đạo hàm của Φ theo α và β ta có:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi}{\partial \alpha} &= 2 \sum_1^n a_i (a_i\alpha + b_i\beta + l_i) = 0 \\ \frac{\partial \Phi}{\partial \beta} &= 2 \sum_1^n b_i (a_i\alpha + b_i\beta + l_i) = 0 \end{aligned} \tag{6}$$

Hệ phương trình (7) gọi là hệ phương trình chuẩn, nó có thể được viết dưới dạng ma trận như sau:

$$RX + B = 0 \tag{7}$$

Trong đó:

$R = A^T A$ ma trận hệ số hệ phương trình chuẩn kích thước $R_{2 \times 2}$.

$$B = A^T L$$

Giải hệ phương trình (8) theo công thức:

$$X = -R^{-1}B \tag{8}$$

Ngoài việc xác định được các ẩn số phương pháp số bình phương nhỏ nhất còn cho phép đánh giá độ chính xác của các yếu tố theo các công thức của lý thuyết sai số

- Sai số các đại lượng đo trực tiếp ngoài hiện trường:

$$\mu = \sqrt{\frac{\sum v^2}{n-2}} \quad (9)$$

- Sai số của các ẩn số

$$M_\alpha = \mu \sqrt{Q_{1,1}} \quad (10)$$

$$M_\beta = \mu \sqrt{Q_{2,2}}$$

Trong các công thức trên.

v_i - Số hiệu chỉnh vào các đại lượng đo trực tiếp tính theo công thức (3) hoặc (4);

n - Số phương trình lập được từ chuỗi quan trắc;

$Q_{1,1}, Q_{2,2}$ -Trọng số đảo tương ứng của các ẩn số, đây là các phần tử trên đường chéo chính của ma trận nghịch đảo R^{-1} (trong ví dụ minh họa phía dưới các phần tử này được kí hiệu tô đậm).

Để tính giá trị của độ lún giới hạn S_f cần giải hệ phương trình:

$$\left. \begin{aligned} ax + \beta - y &= 0 \\ x - y &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Giải hệ phương trình (12) được:

$$X = S_f = \beta/(1-\alpha) \quad (12)$$

Sai số xác định độ lún giới hạn.

$$M_{S_f}^2 = \left(\frac{\partial S_f}{\partial \alpha}\right)^2 M_\alpha^2 + \left(\frac{\partial S_f}{\partial \beta}\right)^2 M_\beta^2 \quad (13)$$

Trong đó: $dS_f/d\alpha$ – Đạo hàm riêng của S_f theo α ;

$dS_f/d\beta$ – Đạo hàm riêng của S_f theo β .

Lấy đạo hàm riêng theo α và β từ công thức (13) sẽ được ($dS_f/d\alpha = b/(1-\alpha)^2$ và $dS_f/d\beta = 1/(1-\alpha)$).

Như vậy chúng ta đã tính được tất cả các chỉ tiêu cần xác định và đánh giá được độ chính xác của chúng theo các công thức hoàn toàn chặt chẽ. Có thể tóm tắt các bước thực hiện như sau:

Bước 1. Lập ma trận hệ số hệ phương trình số hiệu chỉnh (ma trận A);

Bước 2. Chuyển vị ma trận A được ma trận A^T .

Bước 3. Lập ma trận hệ số hệ phương trình chuẩn theo công thức $R = A^T A, B = A^T L$.

Bước 4. Giải hệ phương trình chuẩn theo công thức (8).

Bước 5. Tính các chỉ tiêu cố kết và đánh giá độ chính xác của chúng.

4. Ví dụ minh họa

Để minh họa cho các bước trên chúng ta thực hiện việc tính toán cho điểm quan trắc SP-40, Block 10 gói 6 dự án cảng Lạch Huyện, Hải Phòng. Số liệu quan trắc và kết quả xử lý số liệu theo phương pháp Asaoka kinh điển được nhà thầu thực hiện được trình bày trên hình 1. Số liệu đo hiện trường gồm 17 giá trị độ lún như trong bảng 1 dưới đây (cột 4). Toàn bộ quá trình tính toán được thực hiện nhờ sự trợ giúp của phần mềm Excel.

Bước 1. Lập ma trận hệ số hệ phương trình số hiệu chỉnh.

Phần này rất đơn giản. Số liệu độ lún của các lần đo ghi trong cột (3) chính là các hệ số a_i của hệ phương trình số hiệu chỉnh

Cột (4) là hệ số b_i của hệ phương trình số hiệu chỉnh. Tất cả các hệ số b_i đều bằng 1. Như vậy hai cột tô màu vàng trong bảng này chính là ma trận A.

Cột (5) là số hạng tự do l_i bằng độ $-1 \cdot S_{(i+1)}$.

Bảng 1. Số liệu quan trắc và lập ma trận A

No	Số ngày	Độ lún (cm) (a_i)	(b_i)	(l_i)
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
1	177	49.100	1.000	-51.600
2	184	51.600	1.000	-53.700
3	191	53.700	1.000	-55.100
4	198	55.100	1.000	-56.400
5	205	56.400	1.000	-58.300
6	212	58.300	1.000	-58.900

ĐỊA KỸ THUẬT – TRẮC ĐỊA

7	219	58.900	1.000	-58.500
8	226	58.500	1.000	-59.600
9	233	59.600	1.000	-59.900
10	240	59.900	1.000	-60.100
11	247	60.100	1.000	-60.100
12	254	60.100	1.000	-60.500
13	261	60.500	1.000	-60.800
14	268	60.800	1.000	-60.700
15	275	60.700	1.000	-60.900
16	282	60.900	1.000	-61.100
17	289	61.1		

Bước 2. Chuyển vị ma trận A thành A^T . Ma trận A^T được viết ngay dưới đây

49.1	51.6	53.7	55.1	56.4	58.3	58.9	58.5	59.6	59.9	60.1	60.1	60.5	60.8	60.7	60.9
1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00

Bước 3: Lập ma trận hệ số hệ phương trình chuẩn R (ma trận R màu vàng, vec tơ B màu xanh nhạt)

53578.8	924.2	-54230
924.2	16	-936.2

Bước 4: Nghịch đảo và giải hệ phương trình (ma trận R^{-1} màu vàng và vec tơ nghiệm X màu xám nhạt)

0.00514	-0.2967	0.784
-0.2967	17.2029	13.216

Như vậy phương trình của đặc tuyến Asaoka là:
 $0.784X + 13.216$.

Độ lún giới hạn dự báo $S_f = 13.216/(1-0.784)$
 $= 61.24cm$.

Độ cố kết của đất tại thời điểm 296 ngày là
 $(61.1/61.24)*100 = 99.8\%$.

Bước 5: Đánh giá độ chính xác. Thực hiện theo trình tự sau (bảng 2).

Để đánh giá độ chính xác trước hết cần tính v_i theo công thức (4) bằng cách nhân ma trận A với vec tơ ẩn số X (kết quả ở cột 1, bảng 2), tại cột 2 ghi số hạng tự do, cột 3 là số hiệu chỉnh v_i bằng tổng các giá trị ở cột 1 và 2 và cột cuối cùng là v_i^2 phía dưới là Σv^2 và dòng cuối cùng của bảng này là tính sai số các đại lượng đo trực tiếp theo công thức (9) và sai số của các ẩn số theo công thức (11).

Bảng 2. Đánh giá độ chính xác

AX	L	v	v^2
(1)	(2)	(3)	(4)
51.7195	-51.600	0.119	0.014280
53.68	-53.700	-0.020	0.000402
55.3267	-55.100	0.227	0.051415

56.4246	-56.400	0.025	0.000606
57.444	-58.300	-0.856	0.732654
58.934	-58.900	0.034	0.001156
59.4045	-58.500	0.905	0.818139
59.0908	-59.600	-0.509	0.259248
59.9534	-59.900	0.053	0.002856
60.1887	-60.100	0.089	0.007867
60.3455	-60.100	0.246	0.060286
60.3455	-60.500	-0.154	0.023860
60.6592	-60.800	-0.141	0.019823
60.8945	-60.700	0.194	0.037815
60.816	-60.900	-0.084	0.007049
60.9729	-61.100	-0.127	0.016159
M_α	M_β	M	Σv^2
0.027	1.589	0.383	2.053614

Theo các kết quả đo thực tế tại hiện trường ta được các chỉ tiêu đặc trưng cho độ cố kết xác định bằng phương pháp số bình phương nhỏ nhất theo phương pháp Asaoka như sau:

- Phương trình của đặc tuyến Asaoka:
 $0.784X + 13.216$

với các đặc trưng độ chính xác như sau:

Sai số của các giá trị đo trực tiếp tại hiện trường: ± 0.383 cm

Sai số xác định ẩn số α : ± 0.027

Sai số xác định ẩn số β : ± 1.589

- Độ lún giới hạn dự báo **Sf** **61.24 cm**

Sai số xác định M_{Sf} : ± 10.7 cm

- Độ cố kết **K** **99.8%**

Sai số xác định độ cố kết M_K $\pm 17.5\%$

So sánh các kết quả do nhà thầu tính toán và kết quả tính toán theo phương pháp LSM bằng thuật toán của chúng tôi đưa ra gần như hoàn toàn khớp với nhau chỉ có hệ số **b** sai khác nhau 0.008 đơn vị (13.208 và 13.216). Sai khác này là do phương pháp kinh điển giải bằng đồ giải nên độ chính xác kém hơn. Cách giải chúng tôi đưa ra là giải theo các công thức giải tích nên hoàn toàn tin cậy.

Bây giờ chúng ta có thể đánh giá được mức độ tin cậy của kết quả quan trắc. Trước hết chúng ta thấy các kết quả quan trắc thực tế tại hiện trường có sai số ± 0.383 cm nghĩa là xấp xỉ ± 4 mm. Đây là độ chính xác rất thấp trong đo độ cao hiện nay độ chính xác đo được có thể dễ dàng đạt được ở mức ± 1 mm. Do sai số đo độ cao lớn nên sai số xác định độ cố kết cũng lên tới $\pm 17.5\%$. Thông thường sai số cho phép trong trường hợp này phải $< 10\%$ và như vậy kết quả quan trắc này không đạt yêu cầu.

5. Kết luận và kiến nghị

5.1 Kết luận

- Phương pháp số bình phương nhỏ nhất có cơ sở toán học chặt chẽ cho phép xác định các chỉ tiêu cố kết của đất một cách chính xác kèm theo cả việc đánh giá độ chính xác của các yếu tố để chúng ta

thấy mức độ tin cậy của kết quả quan trắc một cách định lượng rõ ràng.

- Xử lý số liệu quan trắc theo phương pháp số bình phương nhỏ nhất trên máy tính rất đơn giản tiện lợi. Phần mềm duy nhất phải sử dụng là Excel là phần mềm rất thông dụng được cài đặt trên tất cả các máy tính, với những người sử dụng thành thạo phần mềm này thì việc xử lý chuỗi số liệu quan trắc đầu tiên mất khoảng 10 phút, các chuỗi tiếp theo chỉ cần nạp số liệu vào là xong

5.2 Kiến nghị

Khi ban hành yêu cầu kỹ thuật (specification) xử lý đất yếu đề nghị tư vấn thiết kế ghi rõ yêu cầu độ chính xác đối với việc xác định độ cố kết của đất. Trong giai đoạn thẩm tra cũng nên tham khảo ý kiến của các chuyên gia để đưa ra được các chỉ tiêu phù hợp như vậy sẽ góp phần nâng chất lượng công tác xử lý đất yếu cũng là giúp phần giảm nguy cơ sự cố nền móng và nâng cao chất lượng công trình.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. ĐẶNG NAM CHINH và nnk (2015). Giáo trình “Lý thuyết sai số”, Trường Đại học Tài nguyên và Môi trường, Hà Nội.
2. ASAKA A.(1978) Observetional Procedure of settlement prediction, *Soil and Foudation, Vol. 18 No 4, p. 87-101.*
3. SANTE R (2004). Scuro, Introduction to error theory, Visual physics laboratory Texas A&M University, college station, TX 77843, April.

Ngày nhận bài: 24/4/2017.

Ngày nhận bài sửa lần cuối: 14/7/2017.