

MÔ HÌNH PHÂN TÍCH ỨNG XỬ DÀM BÊ TÔNG CỐT THÉP CHỊU TẢI TRỌNG SỬ DỤNG

TS. ĐẶNG VŨ HIỆP

Đại học Kiến trúc Hà Nội

Tóm tắt: Trong thiết kế kết cấu bê tông cốt thép (BTCT), dự báo độ võng của kết cấu dưới tác dụng của tải trọng sử dụng thường rất quan trọng. Biến dạng và chuyển vị của kết cấu liên quan nhiều đến sự tham gia làm việc của bê tông trong vùng kéo. Bài báo này giới thiệu một mô hình đơn giản phân tích ứng xử của dầm BTCT dưới tác dụng của tải trọng sử dụng. Mô hình cho phép xác định độ cứng và độ võng của dầm đơn giản có tính đến ảnh hưởng của bê tông vùng kéo (tension - stiffening). Mô hình đề nghị được kiểm chứng trên hai dầm thực nghiệm bởi Renata S.B và cộng sự [1]. Các kết quả sau đó được so sánh với kết quả mô phỏng số cho thấy mô hình đề xuất tin cậy và có thể dùng để phân tích ứng xử của dầm chịu uốn trong giai đoạn sử dụng.

Từ khóa: dầm BTCT, tải trọng sử dụng, tải trọng - độ võng, ứng suất dính - sự trượt, độ cứng.

Abstract: In the design of concrete structures, estimation of the deflection of the structural members under sustained service loading is very important. Strains and displacements are linked to the contribution of concrete zone in tension. In this paper, a simple analytical model for behavior of RC beams under sustained service loading is proposed. The proposed model was developed for calculating the bending stiffness and deflection of single-span beams taking into account the influence of tension stiffening. The model has been verified by comparing it with the experimental data gained from two beams of Renata S.B et al.'s research [1]. The obtained results that are then compared with numerical model show that the proposed model is reliable and could be used for analyzing flexural behavior of RC beam in serviceability state.

Keywords: RC beams, service loads, load-deflection, bond-slip, stiffness.

1. Giới thiệu

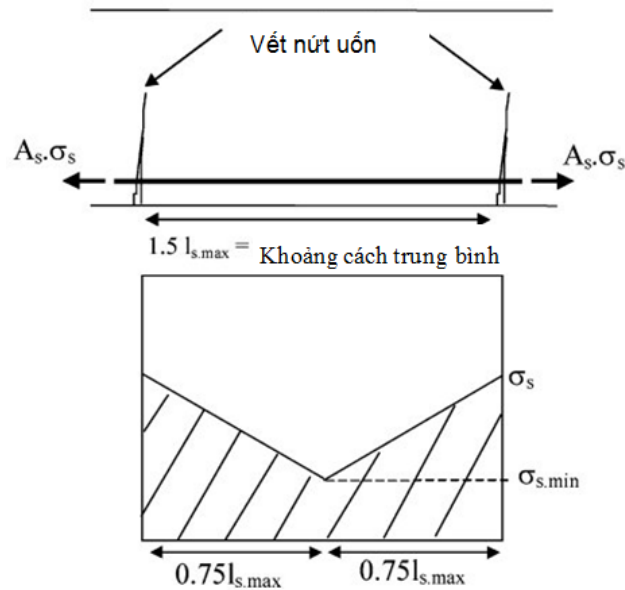
Bê tông cốt thép (BTCT) là một trong những loại vật liệu xây dựng phổ biến nhất hiện nay. Các phương pháp phân tích và thiết kế thường được đơn giản hóa mặc dù tính không đồng nhất của BTCT ảnh hưởng khá nhiều đến ứng xử thực của kết cấu. Ở giai đoạn sau khi bê tông bị nứt, kết cấu có ứng xử phi tuyến. Do cường độ chịu kéo của bê tông rất thấp nên nó hầu như không ảnh hưởng đến khả năng chịu lực của dầm. Tuy nhiên nó ảnh hưởng khá nhiều đến độ cứng uốn của dầm vì có sự tham gia làm việc của bê tông vùng kéo giữa hai vết nứt (còn gọi là hiệu ứng “tension stiffening”) ở trạng thái giới hạn sử dụng.

Một vài tiêu chuẩn đã đề cập đến ảnh hưởng này một cách trực tiếp hoặc gián tiếp. CEB-FIB model code 2010 [2] và Eurocode 2 [3] xem xét hiệu ứng “tension stiffening” thông qua các công thức sau:

$$\alpha = \zeta \alpha_2 + (1 - \zeta) \alpha_1 \quad (1)$$

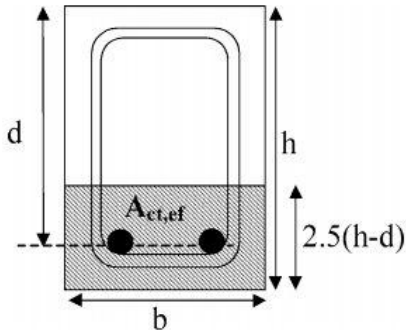
$$\zeta = 1 - \beta \left(\frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s} \right)^2 \quad (2)$$

trong đó: α - giá trị trung bình của các tham số như biến dạng, độ cong hay độ võng của cấu kiện giữa hai vết nứt cạnh nhau; α_1 và α_2 - lần lượt là giá trị được tính với tiết diện đã bị nứt hoàn toàn và chưa bị nứt; ζ - hệ số phân bổ; β - hệ số tính đến ảnh hưởng của tải trọng dài hạn; σ_{sr} - ứng suất trong cốt thép dưới điều kiện tải trọng gây ra vết nứt đầu tiên; σ_s - ứng suất trong cốt thép tại tiết diện đã bị nứt.



Hình 1. Phân bố ứng suất kéo trong cốt thép giữa hai vết nứt

CEB-FIP Model Code xem xét sự đóng góp của bê tông trong vùng kéo chưa nứt bằng cách xem xét ứng suất kéo trong cốt thép phân bố tuyến tính giữa hai vết nứt cạnh nhau với khoảng cách $1.5l_{s,max}$ (hình 1) và phần bê tông chịu kéo chưa nứt được thay thế bằng diện tích chịu kéo hiệu quả $A_{ct,ef}$ như trên hình 2.



Hình 2. Tiết diện ngang chịu kéo hiệu quả $A_{ct,ef}$ trong cấu kiện chịu uốn

Ứng suất kéo trong cốt thép tại vị trí giữa hai vết nứt xác định theo công thức (3):

$$\sigma_{s,min} = \sigma_s - 0.75 \frac{f_{ctm}}{\rho_{s,ef}} \quad (3)$$

Với $\rho_{s,ef} = \frac{A_s}{A_{ct,ef}}$, f_{ctm} là cường độ chịu kéo trung bình của bê tông.

Như vậy từ (3) có thể thấy biến dạng trung bình của cốt thép trong khoảng giữa hai vết nứt giảm đi một lượng $\Delta \varepsilon_s$. Do đó độ cong của cấu kiện giảm

đi một lượng $\Delta \left(\frac{1}{r} \right) = \frac{\Delta \varepsilon_s}{d}$ khi xem xét hiệu ứng “tension stiffening”.

Ảnh hưởng của “tension stiffening” trong cấu kiện BTCT chịu uốn cũng được nhiều tác giả nghiên cứu. G. Creazza và R. Di Marco [4] đề xuất một mô hình toán học dùng để thiết lập quan hệ mô men - độ cong cho dầm vừa chịu uốn vừa chịu nén dọc trục có tính đến hiệu ứng “tension stiffening”. Mô hình này cũng xem xét đến ảnh hưởng của lực dính - trượt (bond stress - slip) giữa thép và bê tông đồng thời có kể đến tính phi tuyến của vật liệu. 4 phương trình vi phân cấp 1 biểu diễn cân bằng lực dọc, mô men, lực dính - sự trượt, tương thích biến dạng được thiết lập. Để giải hệ phương trình này, các tác giả sử dụng phương pháp sai phân hữu hạn để giải. Maria Anna Polak và Kevin G. Blackwell [5] sử dụng phương pháp chia thớ trên mặt cắt tiết diện ngang cho cấu kiện chịu uốn và nén dọc trục có xem xét đến sự trượt giữa thép và bê tông. Các tác giả đề xuất mô hình lực dính - sự trượt dựa trên giả thiết lực dính giữa thép và bê tông chỉ do phần gờ thép gây ra, bỏ qua lực dính do ma sát và do keo xi măng gây ra. Sử dụng các phương trình cân bằng thớ, các tác giả lập trình để tìm ra các mối quan hệ mô men - độ cong cho các cấu kiện chịu uốn - nén đồng thời. Kaklauskas và cộng sự [6] nghiên cứu ảnh hưởng co ngót lên độ võng của cấu kiện bê tông chữ nhật đặt thép đối xứng và không đối xứng có xem xét hiệu ứng “tension stiffening”. Các tác giả đề nghị một kỹ thuật tính toán mối quan hệ ứng suất - biến dạng cho cấu kiện chịu kéo và chịu uốn chịu

tải trọng ngắn hạn.

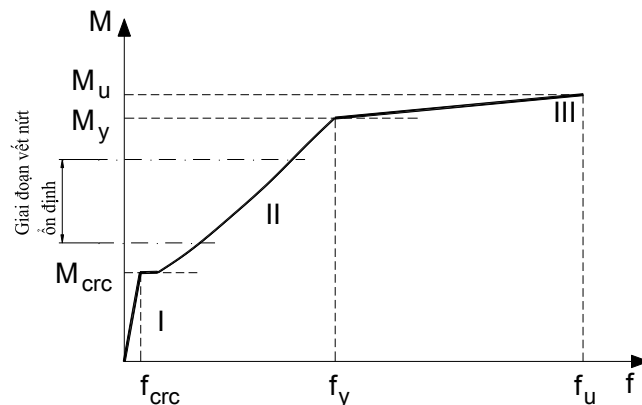
Trong bài báo này, một mô hình phân tích ứng xử cho dầm BTCT tiết diện chữ nhật, chịu tải trọng sử dụng dựa trên các công bố của Raoul Francois và cộng sự [7] và của Annette Beedholm Rasmussen [8] được đề xuất. Điểm khác biệt của mô hình đề xuất là sử dụng mối quan hệ lực dãn - sự trượt thay đổi theo sự trượt tương đối giữa thép và bê tông dưới dạng hàm số mũ. Độ tin cậy của mô hình được kiểm chứng trên 2 dầm thực nghiệm trích dẫn trong công bố của Renata S.B và cộng sự

[1] và so sánh với kết quả mô phỏng số bằng phần mềm ATENA 2D. Sau đó một khảo sát ảnh hưởng của bê tông vùng kéo tới ứng xử của dầm được tiến hành bằng cách sử dụng mô hình đề xuất.

2. Mô hình phân tích ứng xử dầm BTCT

2.1 Các giả thiết sử dụng

Một cách tổng quát, đường cong quan hệ mô men - độ võng của một tiết diện dầm chịu uốn trong quá trình từ lúc gia tải đến khi phá hoại được thể hiện trên hình 3.



Hình 3. Quan hệ mô men - độ võng dầm tại tiết diện bị nứt

Trong giai đoạn I, dầm có độ cứng lớn và độ dốc đường quan hệ mô men - độ võng là lớn nhất. Giai đoạn II bắt đầu từ khi mô men uốn đạt đến giá trị mô men gây nứt và kết thúc lúc cốt thép chịu kéo bị chảy dẻo. Sau khi cốt thép dọc bị chảy dẻo, khả năng chịu lực của dầm tăng lên không đáng kể nhưng độ võng tăng lên nhiều. Độ cứng của dầm trong giai đoạn III khá nhỏ do bê tông vùng nén bị ép vỡ và cốt thép chịu kéo đã chảy dẻo.

CEB-FIB Model Code [2] cho rằng từ giai đoạn dầm bắt đầu xuất hiện vết nứt đến khi bắt đầu chảy dẻo (giai đoạn II), có một giai đoạn nhỏ kiểu nứt trên dầm ổn định. Nghĩa là trong khoảng cách giữa các vết nứt l_{crc} tương đương với hai lần chiều dài đoạn truyền lực giữa thép và bê tông, xem như không xuất hiện thêm các vết nứt phụ nằm giữa hai vết nứt chính. CEB-FIB Model Code đề nghị giá trị thiết lập giai đoạn có kiểu nứt ổn định với mô men $M = 1.3M_{crc}$. Gần đây, Gintaris Kaklauskas [9] đã sử dụng giá trị mô men $M = 2.5M_{crc}$ để thiết lập giai đoạn có kiểu nứt ổn định. Do đó, trong nghiên cứu này, chúng tôi xem rằng kiểu vết nứt ổn định khi mô men không đổi tác dụng trong khoảng $1.3M_{crc} < M < 2.5M_{crc}$. Dưới tác dụng của tải trọng sử dụng, các giả thiết sau được sử dụng:

- (1) Bỏ qua biến dạng kéo của bê tông;

- (2) Không xem xét nhánh đi xuống (nhánh mềm) của quan hệ ứng suất kéo-biến dạng của bê tông;

- (3) Phân bố ứng suất và biến dạng trên mặt cắt ngang là tuyến tính;

- (4) Phân bố ứng suất kéo trong cốt thép và bê tông coi như thay đổi tuyến tính trong khoảng giữa hai vết nứt liền nhau;

- (5) Khoảng cách giữa các vết nứt là đều nhau, kiểu vết nứt ổn định như đã đề cập bên trên;

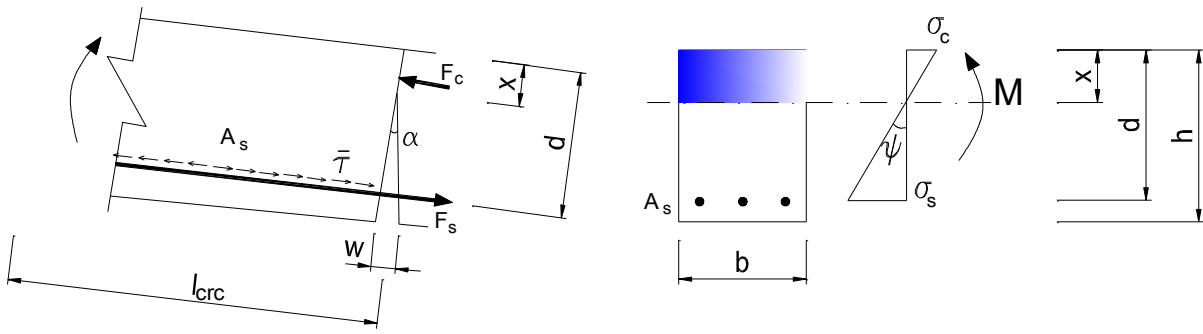
- (6) Xem ứng suất dính là thay đổi theo hàm lũy thừa đối với sự trượt tương đối giữa thép - bê tông

thông qua hệ số $\left[1 - \exp\left(-\frac{L_t}{\phi_s}\right)\right]$ [12], trong đó: L_t -

chiều dài đoạn truyền lực dính; ϕ_s - đường kính thanh cốt thép dọc. Bỏ qua nhánh nằm ngang khi sự trượt vượt quá s_o xác định theo [10]. Giá trị trung bình của ứng suất dính $\bar{\tau}$ dọc theo đoạn truyền lực dính xem như không đổi.

2.2 Độ cứng của dầm sau khi vết nứt hình thành và trong giai đoạn ổn định

Xét một phần tử lớn dài bằng khoảng cách giữa hai vết nứt l_{crc} trong đoạn dầm có mô men uốn không đổi như trên hình 4.



Hình 4. Phân bố ứng suất trên tiết diện ngang

Tại tiết diện dầm đã nứt, bỏ qua sự làm việc của bê tông vùng kéo:

- Độ cong của dầm:

$$\psi = \frac{\varepsilon_c}{x} = \frac{\varepsilon_s}{d-x} \quad (4)$$

- Độ cứng của dầm tại tiết diện đã nứt:

$$EI_{crc} = \frac{M}{\psi} = \frac{\frac{1}{3} A_s \sigma_{s,crc} d (3-\beta)}{\psi} \quad \text{với } \beta = \frac{x}{d} \quad (5)$$

$$\psi = \frac{\alpha}{l_{crc}} = \frac{w}{(d-x)l_{crc}}, \quad \text{với } \alpha \text{ là góc xoay dầm} \quad (7)$$

- Độ cứng dầm khi có xem xét đến bê tông vùng kéo:

$$EI_{uc-crc} = \frac{M}{\psi} = \frac{M}{\frac{w}{(d-x)l_{crc}}} \quad (8)$$

- Ứng suất cốt thép khi xem xét ảnh hưởng của bê tông vùng kéo:

$$\sigma_s = \sigma_{s,crc} - 2\tau \frac{l_{crc}}{D}, \quad D \text{ là đường kính thanh thép} \quad (9)$$

Từ (5) rút ra được:

$$\sigma_{s,crc} = \frac{3M}{A_s d (3-\beta)} \quad (10)$$

Mặt khác bề rộng vết nứt xác định theo (11):

$$w = \frac{l_{crc}}{E_s} \left(\sigma_s - \tau \frac{l_{crc}}{D} \right) \quad (11)$$

Từ (7) và (11) ta xác định được độ cong của dầm khi có xem xét ảnh hưởng của bê tông vùng kéo:

$$\psi = \frac{1}{E_s d (1-\beta)} \left(\sigma_s - \tau \frac{l_{crc}}{D} \right) \quad (12)$$

Phương trình (8) viết lại như sau:

$$EI_{uc-crc} = \frac{M}{\psi} = \frac{\frac{1}{3} A_s \sigma_{s,crc} d (3-\beta)}{\frac{1}{E_s d (1-\beta)} \left(\sigma_s - \tau \frac{l_{crc}}{D} \right)} = \frac{M \frac{1}{3} A_s E_s d^2 (3-\beta) (1-\beta)}{M - \frac{1}{3} \tau \frac{l_{crc}}{D} A_s d (3-\beta)} = \frac{M \times EI_{crc}}{M - \frac{1}{3} \tau \frac{l_{crc}}{D} A_s d (3-\beta)} \quad (13)$$

Điều kiện áp dụng (13): $M > \frac{1}{3} \tau \frac{l_{crc}}{D} A_s d (3-\beta)$ và $M > M_{crc}$.

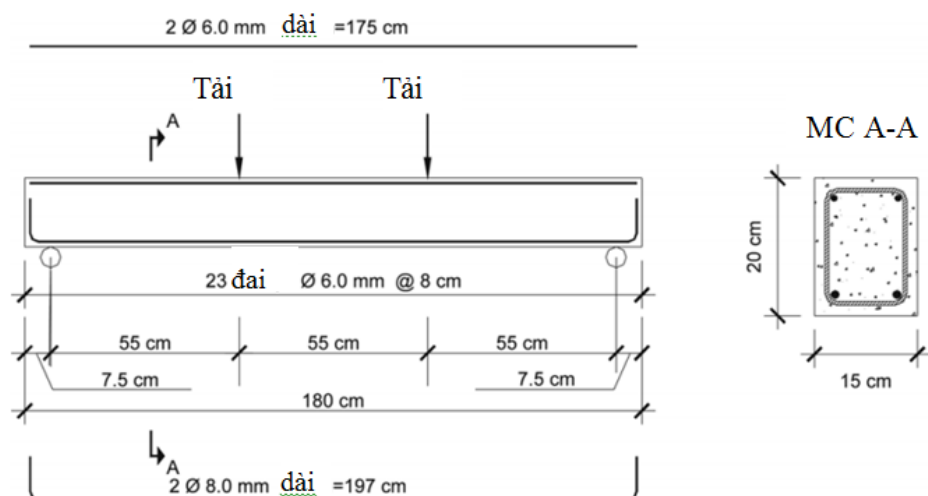
Từ (13) có thể thấy rằng độ cứng uốn của dầm khi xem xét đến ảnh hưởng của bê tông vùng kéo

lớn hơn độ cứng uốn khi không xem xét ảnh hưởng của bê tông vùng kéo. Có thể nhận thấy EI_{uc-crc}

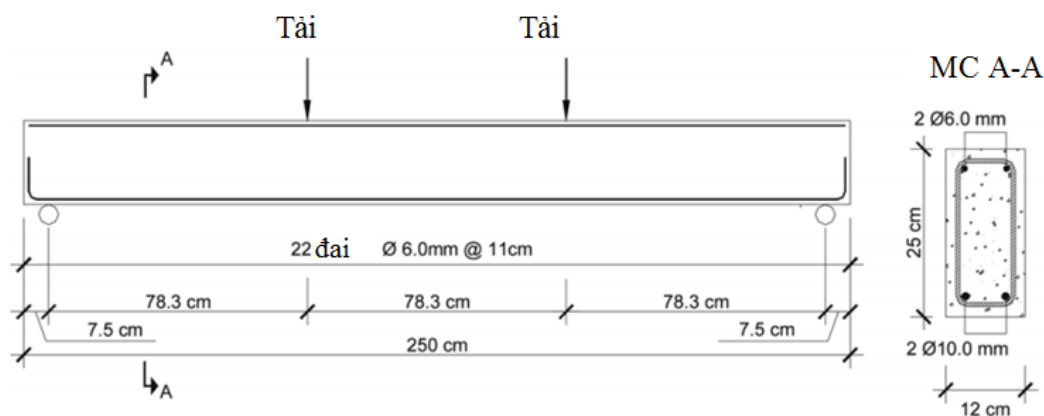
không những phụ thuộc vào đặc tính vật liệu, kích thước hình học mà còn phụ thuộc vào ứng suất dính giữa thép - bê tông và khoảng cách giữa hai vết nứt uốn trong dầm. Khoảng cách giữa hai vết nứt uốn, l_{crc} có thể xác định theo công thức phù hợp với đề nghị trong [2]:

$$l_{crc} = 2 \left(\frac{1}{4} \frac{f_{ctm}}{\tau} \frac{D}{\rho_{s,ef}} \right) \quad (14)$$

a)



b)



Hình 5. Kích thước, cốt thép và vị trí tải trọng của dầm: a) VRE; b) VT1

Bảng 1. Vật liệu bê tông sử dụng cho dầm

Dầm	f_{cm} (MPa)	f_{ctm} (MPa)	ε_{co}	$\alpha = E_s / E_c$
VRE	30.7	2.95	0.002	6.19
VT1/VT2	33.5	2.62	0.002	6.39

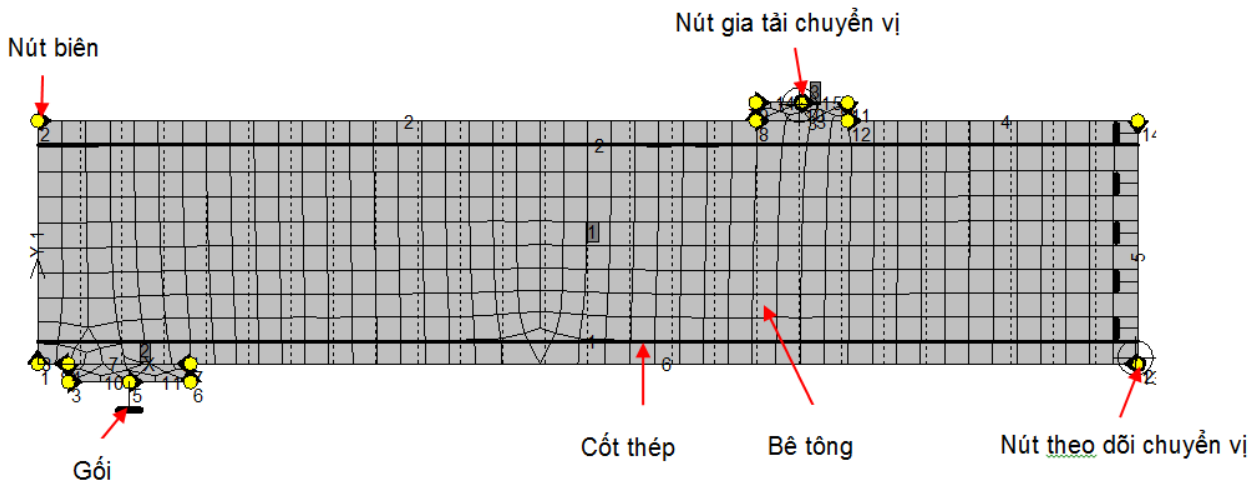
Bảng 2. Vật liệu cốt thép sử dụng cho dầm

Dầm	ϕ (mm)	f_y (MPa)	E_s (GPa)	$s.h$
VRE	6	767.5	210	0.016
	8-vùng kéo	545.8	210	0.01
VT1/VT2	6	738	214.8	0.016
	10-vùng kéo	565	214.8	0.016

Các thông số về vật liệu sử dụng cho hai dầm được cho trong bảng 1, 2.

Ngoài ra, để tăng tính tin cậy của mô hình đề xuất, các kết quả tính toán (model) và thực nghiệm (exp.) cũng được so sánh với kết quả mô phỏng (FEM) bằng phần mềm ATENA 2D. Để mô tả ứng xử phi tuyến của vật liệu bê tông, ATENA 2D sử dụng mô hình SBETA [11] để mô tả ứng xử nén bao gồm cả nhánh mềm và ứng xử kéo bao gồm hiệu ứng tension-stiffening của bê tông.

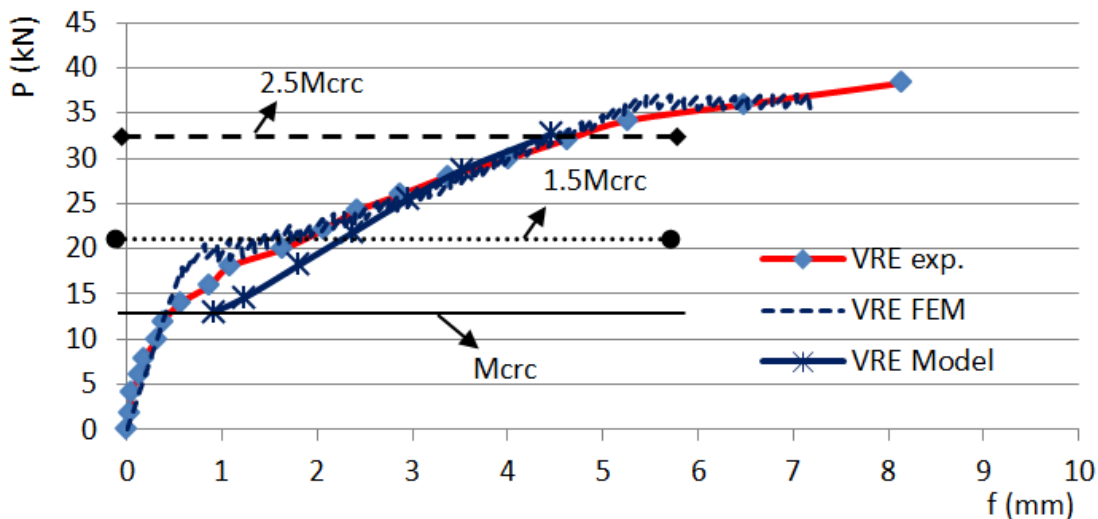
SBETA cũng xem xét ảnh hưởng của vết nứt đến sự suy giảm độ cứng cắt và suy giảm cường độ chịu nén của bê tông. SBETA tạo ra bởi 20 tham số khác nhau nhưng phần mềm có thể tự định nghĩa chỉ thông qua tham số cường độ khối vuông của bê tông (f_{cu}). Đối với ứng xử của cốt thép, ATENA giới thiệu ba mô hình: đàn hồi tuyến tính, đàn hồi - dẻo lý tưởng và đa tuyến tính. Trong nghiên cứu sử dụng mô hình, đàn hồi - dẻo lý tưởng cho cốt thép.



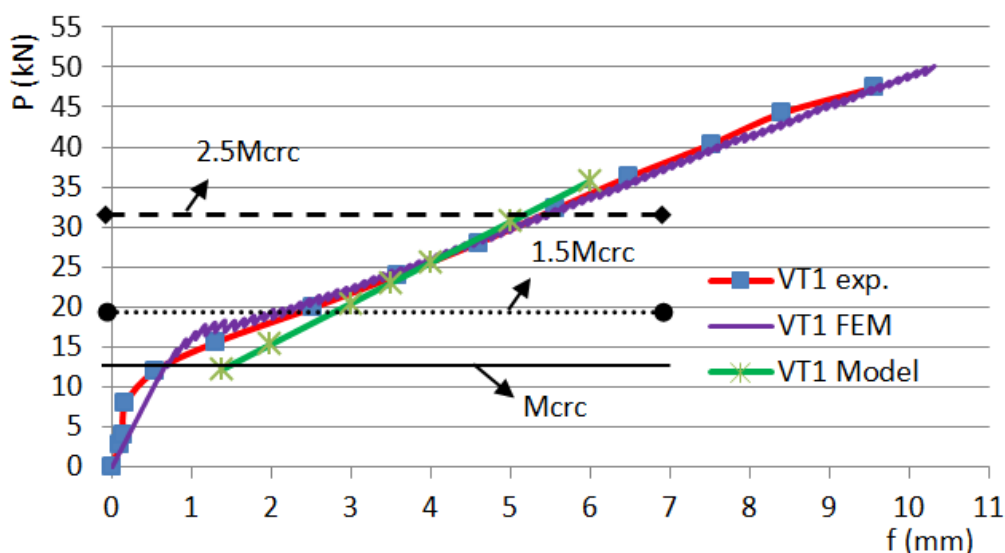
Hình 6. Mô tả mô phỏng dầm VRE trong ATENA

Hình 6 mô tả một cách tổng quan mô hình hóa một nửa dầm trong ATENA 2D cho dầm VRE. Phần tử tứ giác với kích thước 20mm và 25mm tùy theo kích thước dầm, chiều dày bằng bề rộng dầm, được lựa chọn khi chia lưới cho dầm. Tấm thép tại vị trí đặt tải trọng và gối tựa có kích thước 100x150x5mm (dài x rộng x dày) được chia lưới tam giác phẳng và sử dụng vật liệu đàn hồi, đẳng hướng để mô tả ứng

xử (Plane Elastic Isotropic). Do tính đối xứng của bài toán, nên chỉ một nửa chiều dài dầm được mô phỏng. Tải trọng được gia tải dưới dạng chuyển vị thẳng đứng với số gia bằng 0.1mm. Cốt đai được mô hình hóa theo mô hình liên tục ẩn (smeared) với tỷ lệ tương ứng với số liệu thí nghiệm. Mô hình lực dính-sự trượt do M. Fernández Ruiz và cộng sự [12] đề nghị được sử dụng trong mô phỏng.



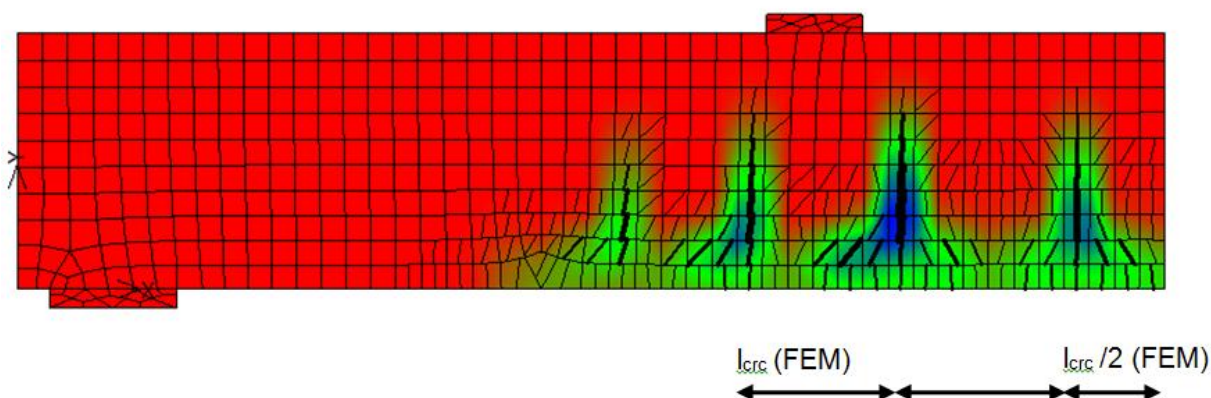
Hình 7. Quan hệ tải trọng độ - võng dầm VRE



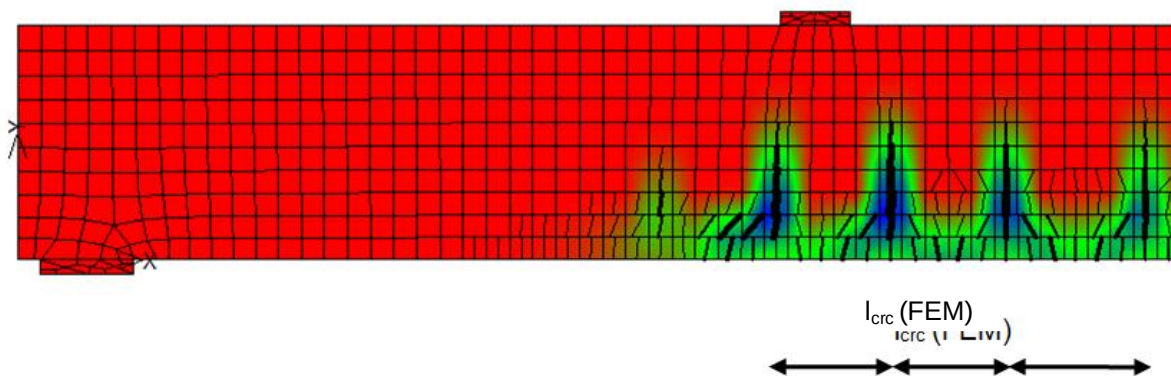
Hình 8. Quan hệ tải trọng độ - võng dầm VT1

So sánh quan hệ mô men - độ võng của hai dầm VRE và VT1 được thể hiện trên hình 7 và 8 tương ứng. Có thể thấy trong giai đoạn dạng vết nứt ổn định, đường quan hệ tính từ mô hình đề xuất (model) có xu hướng tương đồng với kết quả thực

nghiệm (exp.) và mô phỏng số (FEM). Kết quả phân tích từ ATENA cho thấy xu hướng và dạng đường cong quan hệ lực - độ võng của dầm từ khi chịu tải đến khi phá hoại rất tương đồng với kết quả thực nghiệm.



Hình 9. Khoảng cách vết nứt trên dầm VRE tại thời điểm $M = 2M_{crc}$



Hình 10. Khoảng cách vết nứt trên dầm VT1 tại thời điểm $M = 2M_{crc}$

Dạng vết nứt uốn chính và khoảng cách trung bình giữa các vết nứt uốn thu được từ mô phỏng số được thể hiện trên hình 9 và 10.

Bảng 3. So sánh các kết quả phân tích tại thời điểm $M = 2M_{crc}$

Tên dầm	Tham số	Thực nghiệm (exp.)	ATENA (FEM)	Mô hình
Dầm VRE	$M = 2M_{crc}$ (kNm)	7.95	9.44	7.15
	f (mm)	4.20	4.88	3.5
	l_{crc} (mm) (trung bình)	-	120.01	126.91
Dầm VT1	$M = 2M_{crc}$ (kN)	8.65	11.47	9.57
	f (mm)	3.43	4.98	3.99
	l_{crc} (mm) (trung bình)	-	131.25	102.23

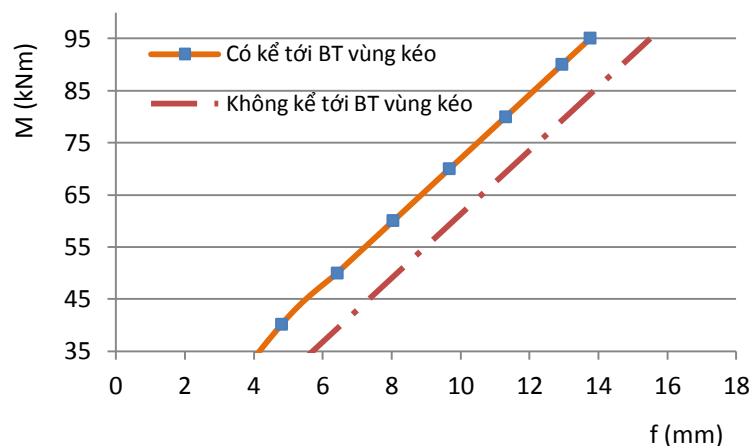
Bảng 3 thể hiện chi tiết các kết quả phân tích từ thực nghiệm, mô phỏng số và mô hình đề xuất tại thời điểm mô men tác dụng gấp hai lần mô men gây nứt trong dầm. Các kết quả chỉ ra rằng mô hình đề xuất cho kết quả phù hợp với kết quả thực nghiệm với sai số chấp nhận được.

3.2 Khảo sát tham số

Khảo sát ảnh hưởng sự tham gia làm việc của bê tông vùng kéo giữa hai vết nứt lên độ võng, độ cứng chống uốn của dầm với thông số cho trong bảng 4.

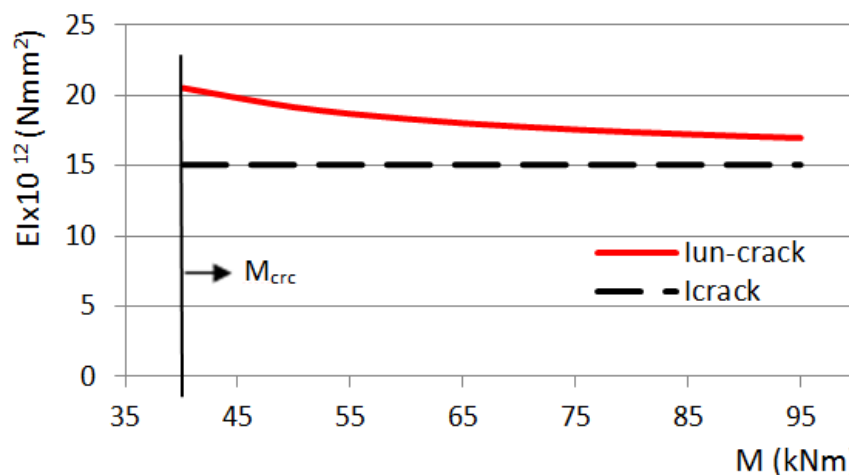
Bảng 4. Tính chất cơ lý của vật liệu theo EC 2

Chiều rộng	b (mm)	250
Chiều cao	h (mm)	500
Nhịp	L (mm)	5 000
Cốt dọc chịu kéo		3Φ14
Chiều cao làm việc	d (mm)	460
Chiều dày lớp bê tông bảo vệ	c (mm)	30
Cường độ chịu kéo trung bình	f_{ctm} (Mpa)	2
Cường độ chịu nén trung bình	f_{cm} (Mpa)	35
Mô đun đàn hồi bê tông	E_c (Mpa)	30 000
Mô đun đàn hồi thép	E_s (Mpa)	200 000
Giới hạn chảy cốt thép	f_y (Mpa)	500
Chiều dài đoạn truyền lực dính trong phần tử có chiều dài L_{crc}	L_t (mm)	50



Hình 11. So sánh quan hệ mô men - độ võng giữa nhịp của dầm trong hai trường hợp

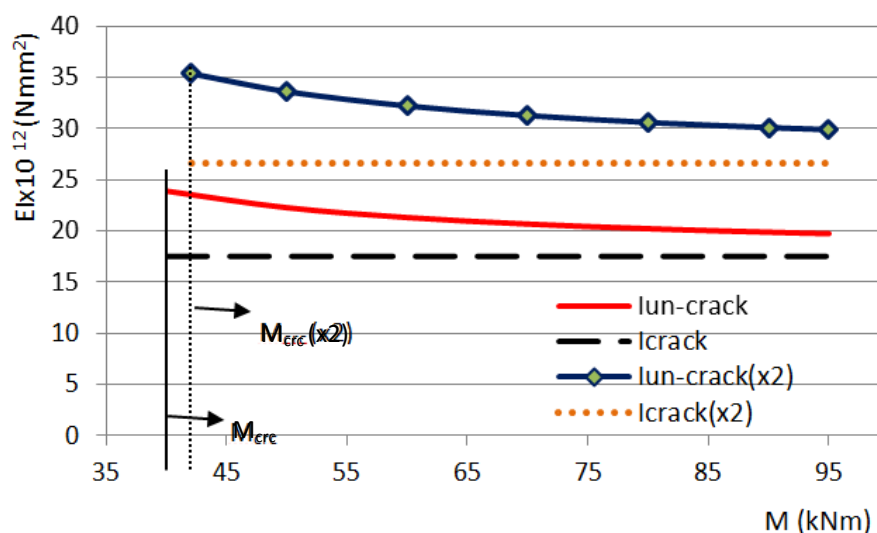
Hình 11 thể hiện quan hệ mô men - độ võng của dầm sau khi nứt trong hai trường hợp có và không kể đến bê tông vùng kéo. Độ võng của dầm trong trường hợp kể đến ảnh hưởng của bê tông vùng kéo giảm trung bình 20% ở cùng giá trị mô men tác dụng.



Hình 12. Sự thay đổi độ cứng dầm khi có ($I_{un-crack}$) và không (I_{crack}) kể đến bê tông vùng kéo

Từ hình 12 có thể thấy khi có kể đến ảnh hưởng của bê tông vùng kéo thì độ cứng uốn của dầm tăng lên đáng kể. Ngay sau thời điểm nứt, độ cứng uốn cao hơn khoảng 36% so với việc bỏ qua ảnh hưởng

của bê tông vùng kéo. Tại thời điểm $M = 2M_{crc}$ độ cứng uốn khi không kể tới bê tông vùng kéo thấp hơn gần 16% so với khi có kể tới sự tham gia làm việc của bê tông vùng kéo.



Hình 13. Ảnh hưởng của hàm lượng thép dọc đến độ cứng sau nứt

Hình 13 thể hiện sự thay đổi độ cứng sau khi bê tông bị nứt của dầm khi tăng gấp hai diện tích cốt thép dọc (x2) và giữ nguyên các thông số đầu vào khác. Dễ thấy, độ cứng ngay sau khi nứt của dầm tăng lên đáng kể (khoảng 50% so với khi chưa tăng diện tích thép), trong khi mô men kháng nứt chỉ tăng 5%. Khi mô men tác dụng càng lớn thì sự tăng độ cứng do tăng diện tích cốt thép chịu kéo càng có xu hướng giảm dần. Điều này chỉ ra rằng tăng nhiều hàm lượng cốt thép dọc trong dầm không làm tăng độ cứng uốn sau nứt của dầm một cách hiệu quả. Hàm lượng thép dọc ít ảnh hưởng tới mô men

kháng nứt của dầm.

4. Kết luận

Bài báo đã giới thiệu một mô hình phân tích ứng xử dầm BTCT chịu uốn dưới tác dụng của tải trọng sử dụng dạng tập trung có kể đến ảnh hưởng của bê tông vùng kéo giữa hai vết nứt. Mô hình đề xuất đơn giản hơn nhiều so với các mô hình của G. Creazza và R. Di Marco [4], Maria Anna Polak và Kevin G. Blackwell [5] nhưng vẫn giữ được bản chất làm việc của vật liệu bê tông và cốt thép, và cho kết quả phù hợp với thực nghiệm. Khảo sát tham số chỉ ra rằng sự đóng góp của bê tông vùng kéo là đáng

kể khi thiết kế kết cấu ở trạng thái giới hạn sử dụng. Dưới tác dụng của tải trọng sử dụng, sự tăng độ cứng chống uốn của dầm không tỷ lệ thuận với việc tăng hàm lượng cốt thép dọc trong dầm. Để có thể áp dụng mô hình đề xuất một cách rộng rãi cần tiếp tục kiểm chứng mô hình với quy mô số liệu thực nghiệm rộng hơn.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Renata S.B. Stramandinolia, Henriette L. La Rovere (2008), "An efficient tension-stiffening model for nonlinear analysis of reinforced concrete members", *Engineering Structures* 30, 2069–2080.
2. Comité Euro-International du Béton (2012), "CEB-FIB model code 2010-design code", *Thomas Telford*.
3. EN 1992 (2005). Eurocode 2: Design of Concrete Structures, Part 1–1: General Rules and Rules for Buildings; *European Committee for Standardization (CEN): Brussels, Belgium*.
4. G. Creazza, R. Di Marco (1993), "Bending moment-mean curvature relationship with constant axial load in the presence of tension stiffening", *Materials and Structures*, 26, 196-206.
5. Maria Anna Polak and Kevin G. Blackwell (1998), "Modeling tension in reinforced concrete members subjected to bending and axial load", *Journal of Structural Engineering/September*.
6. Kaklauskas, G.; Gribniak, V.; Bacinskas, D. Vainiunas, P. (2009), "Shrinkage influence on tension stiffening in concrete members", *Eng. Struct.* 31, 1305-1312, doi: 10.1016/j.engstruct.2008.10.007.
7. Raoul Francois, Arnaud Castel, Thierry Vidal (2006), "A finite macro-element for corroded reinforced concrete", *Materials and Structures* 39:571–584.
8. Annette Beedholm Rasmussen (2012), "Analytical and Numerical Modelling of reinforced Concrete in Serviceability Limit State". *Master's Thesis, Aarhus University*.
9. Gintaris Kaklauskas (2017), "Crack Model for RC Members Based on Compatibility of Stress-Transfer and Mean-Strain Approaches", *Journal of Structural Engineering*, 143(9): 04017105.
10. Coccia, Erica Di Maggio, Zila Rinaldi (2015), "Bond slip in cylindrical reinforced concrete elements confined with stirrups", *Int J Adv Struct Eng* 7:365–375.
11. Vladimír Červenka, Libor Jendele, and Jan Červenka (2016), "ATENA Program Documentation- Theory". *Prague, February 5*.
12. M. Fernández Ruiz, A. Muttoni, and P. G. Gambarova (2007), "Analytical Modeling of the Pre- and Postyield Behavior of Bond in Reinforced Concrete", *J. Struct. Eng.* 133:1364-1372.

Ngày nhận bài: 31/10/2018.

Ngày nhận bài sửa lần cuối: 27/11/2018.