

THỰC NGHIỆM NHẬN DẠNG MA TRẬN CẢN NHỚT CAUGHEY VÀ RAYLEIGH CỦA KẾT CẤU DẦM THÉP

EXPERIMENTAL IDENTIFICATION OF CAUGHEY AND RAYLEIGH VISCOUS DAMPING MATRICES OF STEEL BEAM STRUCTURES

TS. VŨ ĐÌNH HƯƠNG

Học viện Kỹ thuật quân sự

Email: huongvudinh@mta.edu.vn

Tóm tắt: Bài báo sử dụng phương pháp thực nghiệm để đo dao động và nhận dạng các tần số dao động riêng và các tỷ số cản của kết cấu dầm thép. Sau đó, các ma trận cản nhớt Caughey và Rayleigh được xác định từ các tỷ số cản đã nhận dạng. Các tần số dao động riêng được nhận dạng từ thí nghiệm được so sánh với mô hình phần tử hữu hạn, các tỷ số cản được nhận dạng và so sánh theo các công thức khác nhau. Cuối cùng, so sánh quan hệ giữa tỷ số cản và tần số dao động riêng theo các ma trận cản Caughey và Rayleigh đã nhận dạng được.

Từ khóa: Nhận dạng cản nhớt, ma trận cản Rayleigh, ma trận cản Caughey, tỷ số cản, dầm thép.

Abstract: This paper uses experimental methods to measure vibrations and identify natural frequencies and damping ratios of steel beam structures. Then, the Caughey and Rayleigh viscous damping matrices are determined from the identified damping ratios. The identified natural frequencies from the experiment are compared with the finite element model, the damping ratios are identified and compared according to different formulas. Finally, compare the relationship between the damping ratio and the natural frequency according to the identified Caughey and Rayleigh damping matrices.

Keywords: Viscous damping identification, Rayleigh damping matrix, Caughey damping matrix, damping ratio, steel beam.

1. Đặt vấn đề

Cản nhớt là mô hình cản phổ biến nhất trong phân tích động lực học công trình. Mô hình cản nhớt giả thiết lực cản tỷ lệ với vận tốc chuyển động 5, 6 và phương trình vi phân dao động của hệ hữu hạn bậc tự do (BTD) với cản nhớt có dạng tổng quát như sau:

$$[M]\{\ddot{x}(t)\} + [C]\{\dot{x}(t)\} + [K]\{x(t)\} = \{f(t)\} \quad (1)$$

trong đó, $[M]$, $[K]$, $[C]$ lần lượt là các ma trận khối lượng, độ cứng và cản nhớt của hệ.

Không giống như ma trận khối lượng, độ cứng có thể xác định theo các công thức của phương pháp phần tử hữu hạn, ma trận cản $[C]$ của kết cấu thực rất phức tạp, khó xác định trước và thường được xác định bằng thực nghiệm. Mặc dù có một số phương pháp thực nghiệm cho phép xác định ma trận cản trực tiếp như phương pháp của Chen 4, Arora 1 và Vũ Đình Hương 11 nhưng các phương pháp trực tiếp đều chỉ nhận dạng được ma trận cản có kích thước giới hạn bằng số lượng bậc tự do đo được trong thí nghiệm đo dao động kết cấu. Do đó, trong thực hành phân tích kết cấu thường sử dụng giả thiết cản nhớt Rayleigh [17], ma trận cản là tổ hợp tuyến tính của ma trận khối lượng và ma trận độ cứng với các hệ số tổ hợp α và β tương ứng. Các hệ số cản Rayleigh (α và β) được xác định từ 2 tần số dao động riêng và 2 tỷ số cản tương ứng.

Hiện nay, có nhiều phương pháp để xác định các hệ số cản Rayleigh. Tuy nhiên, mỗi cách thức tính toán cho các hệ số cản khác nhau và do đó, dẫn đến các kết quả phân tích phản ứng động của công trình cũng khác nhau. Năm 2003, Chowdhury 7 sử dụng quan hệ tuyến tính của tần số dao động riêng và tỷ số cản để xác định các tham số cản Rayleigh. Năm 2007, Kandge 14 đã đề xuất phương pháp miền con và phương pháp phù hợp đường cong để tính toán các hệ số α , β . Năm 2014, Tao Zhang và cộng sự 22 đã sử dụng tần số dao động riêng cơ bản và một tần số bậc cao hơn để tính toán các hệ số cản Rayleigh. Các phân tích chỉ ra rằng, việc lựa chọn tần số bậc cao khác nhau dẫn đến các hệ số cản Rayleigh khác nhau và phản ứng động của công trình cũng khác nhau. Năm 2016, Vũ Đình Hương 13 sử dụng phương pháp bình phương tối thiểu để xác định các hệ số cản Rayleigh và phương pháp này cho thấy sự phù hợp nhất định với phân tích dao động kết cấu nhiều bậc

tự do chịu tải trọng xung tức thời và kết cấu có mức độ cản nhỏ.

Mặc dù được sử dụng khá phổ biến nhưng mô hình cản Rayleigh cũng tồn tại hạn chế là tỷ số cản chỉ phụ thuộc vào 2 tần số dao động riêng nên khi nhận dạng được nhiều mode (tần số-tỷ số cản) thì ma trận cản Rayleigh xấp xỉ không tốt sự phụ thuộc của cản vào các tần số dao động riêng bậc cao. Trong trường hợp này, ma trận cản Caughey 2, 3 được đề xuất thay thế và là sự phát triển của mô hình cản Rayleigh. Caughey cũng sử dụng phương pháp gián tiếp xác định ma trận cản nhớt theo ma trận độ cứng và khối lượng nhưng với giả thiết tổng quát hơn, ma trận $([M]^{-1}[C])$ là một hàm đa thức bậc p của ma trận $([M]^{-1}[K])$ như sau:

$$[M]^{-1}[C] = \sum_{k=0}^{p-1} a_k ([M]^{-1}[K])^k \quad (2)$$

trong đó, các hệ số của đa thức a_k ($k=0, 1, \dots, p-1$) được xác định từ p cặp tần số dao động riêng và tỷ số cản tương ứng (ω_i, ξ_i) .

Các hệ số của cả 2 mô hình cản Rayleigh và Caughey đều được xác định từ các cặp tần số dao động riêng - tỷ số cản tương ứng và các tỷ số cản này được nhận dạng từ thí nghiệm đo dao động của kết cấu.

Mặc dù có nhiều phương pháp nhận dạng các tỷ số cản như phương pháp vòng tròn điều chỉnh 9, phương pháp tích phân 10, phương pháp phân thức 18, phương pháp mũ phức 19 và phương pháp độ rộng dải tần số tổng quát 12 nhưng phương pháp độ rộng dải tần số nửa công suất (HPB - *Half Power Bandwidth*) 15 vẫn là phương pháp đơn giản và phổ biến để nhận dạng tần số dao động riêng và tỷ số cản từ thí nghiệm đo dao động kết cấu. Theo đó, tỷ số cản nhớt được ước lượng từ số liệu thí nghiệm đo hàm phản ứng tần số (FRF - *Frequency Response Function*) của kết cấu bằng một nửa độ rộng dải tần số ứng với công suất (hoặc năng lượng) tín hiệu đo FRF bằng một nửa công suất (hoặc năng lượng) cực đại.

Công thức cơ bản ước lượng cản theo phương pháp HPB thường được sử dụng khi kết cấu có tỷ số cản rất nhỏ so với 1. Khi xem xét hệ 1 BTĐ, Wang I 23 đã chỉ ra rằng, để sai số ước lượng cản nhỏ hơn 5% thì tỷ số cản phải nhỏ hơn 0,15 khi sử dụng FRF chuyển vị và tương ứng 0,11 khi sử dụng

FRF gia tốc. Wang I 23 đã sử dụng phương pháp HPB và đưa ra công thức bậc 3 để ước lượng tỷ số cản nhớt của hệ 1 BTĐ. Phương pháp HPB với công thức bậc 3 để ước lượng tỷ số cản nhớt cho hệ hữu hạn BTĐ cho thấy, khi các tần số riêng càng tách biệt thì sai số ước lượng cản càng nhỏ và khi tỷ số cản càng lớn thì ước lượng cản càng không chính xác. Năm 2015, Wu 24 đã đề xuất công thức xác định ξ bằng cách chỉ bỏ đi vô cùng bé bậc 6 của ξ . Phương pháp của Wu có ưu điểm là công thức ước lượng cản đơn giản và có độ chính xác cao với số liệu đo không có nhiễu.

Thí nghiệm đo dao động và nhận dạng các đặc trưng dao động của kết cấu như tần số và dạng dao động riêng đã được nghiên cứu khá nhiều trên thế giới. Tuy nhiên, thí nghiệm nhận dạng cản còn gặp không ít khó khăn do kết cấu thực có số BTĐ lớn, cơ chế cản phức tạp và số liệu đo có nhiễu. Ở Việt Nam, thí nghiệm đo dao động và nhận dạng các đặc trưng động lực học (mode) của kết cấu ngày càng được quan tâm nghiên cứu. Nói riêng, nhóm tác giả đã thực hiện nhận dạng tần số dao động riêng của kết cấu dầm thép theo các phương pháp khác nhau như phương pháp (cộng hưởng) kích động cưỡng bức 20, sử dụng nền tảng Arduino 21 hay phương pháp phân tích miền tần số 8. Thí nghiệm nhận dạng các đặc trưng mode khác như dạng dao động riêng và tỷ số cản vẫn được tiếp tục nghiên cứu và phát triển.

Bài báo này sử dụng phương pháp thí nghiệm đo dao động và hàm phản ứng tần số của kết cấu dầm thép để nhận dạng các tần số dao động riêng và các tỷ số cản tương ứng. Từ đó xác định các ma trận cản nhớt Caughey và Rayleigh trên cơ sở các tỷ số cản nhận dạng từ thực nghiệm. Các tần số dao động riêng nhận dạng từ thí nghiệm được so sánh với mô hình phần tử hữu hạn, các tỷ số cản được nhận dạng và so sánh theo một số công thức khác nhau. Cuối cùng, so sánh quan hệ giữa tỷ số cản và tần số dao động riêng theo các ma trận cản Caughey và Rayleigh đã nhận dạng được.

2. Các dạng ma trận cản nhớt

2.1 Ma trận cản tỷ lệ tổng quát

Gọi $[\Phi]$ là ma trận các dạng dao động riêng chuẩn hóa của kết cấu. Đặt $\{x(t)\} = [\Phi]\{u(t)\}$ và nhân trái hai vế của phương trình (1) với $[\Phi]^T$ thu được:

$$[\Phi]^T[M][\Phi]\{\ddot{u}(t)\} + [\Phi]^T[C][\Phi]\{\dot{u}(t)\} + [\Phi]^T[K][\Phi]\{u(t)\} = [\Phi]^T\{f(t)\} \quad (3)$$

Do tính chất trực giao của các dao động riêng, ma trận $[\Phi]^T[M][\Phi]$ là ma trận đơn vị và $[\Phi]^T[K][\Phi]$ là ma trận đường chéo chứa các tần số dao động riêng:

$$[\Phi]^T[M][\Phi] = [I], \text{ (ma trận đơn vị)} \quad (4)$$

$$[\Phi]^T[K][\Phi] = [D] = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \omega_2^2 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \omega_n^2 \end{bmatrix} \quad (5)$$

Để sử dụng được phương pháp phân tích theo các dạng dao động riêng, phương trình (3) phải tách được thành n hệ phương trình 1 bậc tự do. Khi đó ma trận cần $[C]$ cũng phải trực giao với các dao động riêng 6, 16, tức là ma trận $[\Phi]^T[C][\Phi]$ cũng là ma trận đường chéo, có dạng:

$$\begin{aligned} [\Phi]^T[C][\Phi] &= \alpha[\Phi]^T[M][\Phi] + \beta[\Phi]^T[K][\Phi] \\ &= \begin{bmatrix} \alpha + \beta\omega_1^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha + \beta\omega_2^2 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \alpha + \beta\omega_n^2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (8)$$

Từ (6) và (8) suy ra, chỉ cần 2 bộ tần số và tỷ số cần (ω_i, ξ_i và ω_j, ξ_j) là đủ để xác định 2 hệ số cần Rayleigh:

$$\begin{cases} \alpha + \beta\omega_i^2 = 2\xi_i\omega_i \\ \alpha + \beta\omega_j^2 = 2\xi_j\omega_j \end{cases} \quad (9)$$

2.3 Ma trận cần Caughey

Từ (4) ta có: $[M][\Phi] = ([\Phi]^T)^{-1} \Rightarrow [\Phi] = [M]^{-1}([\Phi]^T)^{-1}$

Biến đổi (5) và chú ý đến (11), suy ra:

$$[K][\Phi] = ([\Phi]^T)^{-1}[D] \Rightarrow [M]^{-1}[K][\Phi] = [M]^{-1}([\Phi]^T)^{-1}[D] = [\Phi][D] \quad (12)$$

Biến đổi (10) và chú ý đến các công thức (12), (4) thu được:

$$\begin{aligned} [\Phi]^T[C][\Phi] &= [\Phi]^T \left([M] \sum_{k=0}^{p-1} a_k ([M]^{-1}[K])^k \right) [\Phi] \\ &= \sum_{k=0}^{p-1} a_k [\Phi]^T [M] ([M]^{-1}[K])^k [\Phi] = \sum_{k=0}^{p-1} a_k [\Phi]^T [M] ([M]^{-1}[K])^{k-1} ([M]^{-1}[K][\Phi]) \\ &= \sum_{k=0}^{p-1} a_k [\Phi]^T [M] ([M]^{-1}[K])^{k-1} [\Phi][D]^1 = \sum_{k=0}^{p-1} a_k [\Phi]^T [M] ([M]^{-1}[K])^{k-2} ([M]^{-1}[K][\Phi])[D]^1 \\ &= \sum_{k=0}^{p-1} a_k [\Phi]^T [M] ([M]^{-1}[K])^{k-2} [\Phi][D]^2 = \sum_{k=0}^{p-1} a_k [\Phi]^T [M] ([M]^{-1}[K])^{k-3} ([M]^{-1}[K][\Phi])[D]^2 \\ &\dots\dots\dots \\ &= \sum_{k=0}^{p-1} a_k [\Phi]^T [M] ([M]^{-1}[K])^1 [\Phi][D]^{k-1} = \sum_{k=0}^{p-1} a_k [\Phi]^T [M] ([M]^{-1}[K][\Phi])[D]^{k-1} \\ &= \sum_{k=0}^{p-1} a_k [\Phi]^T [M][\Phi][D]^k = \sum_{k=0}^{p-1} a_k [D]^k \end{aligned}$$

$$[\Phi]^T[C][\Phi] = \begin{bmatrix} 2\xi_1\omega_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2\xi_2\omega_2 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 2\xi_n\omega_n \end{bmatrix} \quad (6)$$

Mô hình cần này được gọi là cần tỷ lệ tổng quát với ω_i là các tần số dao động riêng và ξ_i là các tỷ số cản tương ứng ($i = 1, 2, \dots, n$).

2.2 Ma trận cần Rayleigh

Theo giả thiết cần Rayleigh 17, ma trận cần là tổ hợp tuyến tính của ma trận độ cứng và khối lượng theo công thức sau:

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K] \quad (7)$$

Biến đổi (7) và chú ý đến các công thức (4), (5), suy ra:

Mô hình cần nhót Caughey 2, 3: Là mô hình cần tổng quát hơn cần Rayleigh, trong đó ma trận cần Caughey $[C]$ được xác định như sau:

$$[C] = [M] \sum_{k=0}^{p-1} a_k ([M]^{-1}[K])^k \quad (10)$$

$$(11)$$

$$(12)$$

$$\text{Suy ra: } [\Phi]^T [C] [\Phi] = \begin{bmatrix} \sum_{k=0}^{p-1} a_k \omega_1^{2k} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sum_{k=0}^{p-1} a_k \omega_2^{2k} & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \sum_{k=0}^{p-1} a_k \omega_n^{2k} \end{bmatrix} \quad (13)$$

So sánh (6) và (13) suy ra quan hệ giữa tỷ số cản với các tần số dao động riêng:

$$\xi_i = \frac{1}{2\omega_i} \sum_{k=0}^{p-1} a_k \omega_i^{2k} \quad (14)$$

Các hệ số a_k ($k=0, \dots, p-1$) được xác định từ p mode tương ứng với p phương trình sau:

$$\begin{cases} a_0 + a_1 \omega_1^2 + \dots + a_{p-1} \omega_1^{2p-2} = 2\omega_1 \xi_1 \\ a_0 + a_1 \omega_2^2 + \dots + a_{p-1} \omega_2^{2p-2} = 2\omega_2 \xi_2 \\ \vdots \\ a_0 + a_1 \omega_p^2 + \dots + a_{p-1} \omega_p^{2p-2} = 2\omega_p \xi_p \end{cases} \quad (15)$$

Khi $p=2$, hệ phương trình (15) trở thành hệ phương trình (9) và mô hình cản Caughey trở thành mô hình cản Rayleigh. Như vậy, mô hình cản Rayleigh là một trường hợp riêng của mô hình cản Caughey. Để thu được các hệ số của ma trận cản Caughey và Rayleigh cần ước lượng được các cặp tần số dao động riêng và các tỷ số cản bằng thực nghiệm.

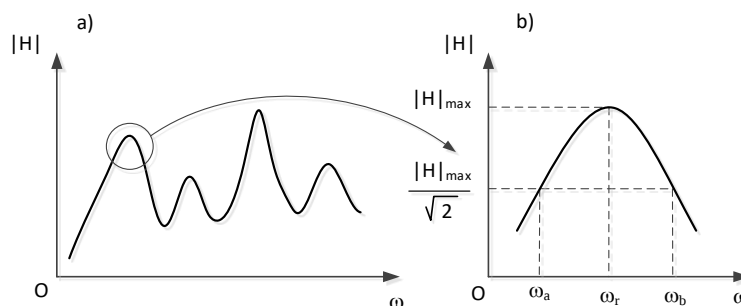
2.4 Trình tự nhận dạng các tỷ số cản và xác định các ma trận cản từ thực nghiệm

Trong thực hành thí nghiệm đo dao động kết cấu, số liệu đo hàm phản ứng tần số FRF thực nghiệm $H_{jk}(\omega)$ được tính theo công thức sau:

$$H_{jk}(\omega) = \frac{X_j(\omega)}{F_k(\omega)} \quad (j, k = 1, 2, \dots, n) \quad (16)$$

trong đó: $X_j(\omega)$ là biến đổi Fourier của tham số đầu ra ứng với bậc tự do thứ j ; $F_k(\omega)$ là biến đổi Fourier của tham số lực đầu vào ứng với bậc tự do thứ k .

Sau khi tính toán FRF, tần số dao động riêng và tỷ số cản nhớt của kết cấu được nhận dạng sử dụng phương pháp HPB. Phương pháp này dựa trên giả thiết đường cong FRF của hệ hữu hạn BTĐ (hình 1a) có thể tách riêng từng "peak" cộng hưởng (hình 1b) và coi gần đúng như FRF của hệ một BTĐ. Ảnh hưởng của các mode khác tới mode cần nhận dạng được bỏ qua trong một phạm vi nhất định xung quanh điểm cực đại của mode đó. Phương pháp này có ưu điểm là đơn giản và phù hợp với kết cấu có các tần số dao động riêng tách biệt.



Hình 1. Phương pháp HPB

Xung quanh peak cộng hưởng, hàm FRF đo được (hình 1-b) có dạng như hàm phản ứng tần số của hệ 1 BTĐ và tỷ số cản nhớt được ước lượng theo công thức cơ bản sau 9, 15:

$$\xi = \frac{b}{2} \quad (17)$$

với b là độ rộng dải tần số nửa công suất:

$$b = \frac{\omega_b - \omega_a}{\omega_r} \quad (18)$$

trong đó: ω_r - tần số ứng với biên độ peak cộng hưởng (tần số dao động riêng của hệ); ω_a, ω_b - 2 tần số ứng với biên độ bằng $1/\sqrt{2}$ biên độ peak cộng hưởng.

Trình tự nhận dạng các tỷ số cản và xác định các ma trận cản từ thực nghiệm như sau:

- Thí nghiệm đo dao động kết cấu thu được các hàm phản ứng tần số $H_{ij}(\omega)$;

- Tính trung bình số liệu đo của mỗi hàm FRF và của các hàm FRF để khử nhiễu ngẫu nhiên;
- Xác định các tần số dao động riêng, tương ứng với đỉnh mỗi peak cộng hưởng trên đồ thị biên độ FRF trung bình;
- Trong phạm vi mỗi peak cộng hưởng, xác định tỷ số cản nhớt theo phương pháp HPB;
- Xác định các hệ số cản Rayleigh theo (9) và các hệ số cản Caughey theo (15);

- Xác định ma trận cản Rayleigh theo (7) và ma trận cản Caughey theo (10).

3. Nhận dạng tần số dao động riêng và tỷ số cản của kết cấu dầm thép bằng thực nghiệm

3.1 Kết cấu thí nghiệm

Kết cấu thí nghiệm là một dầm thép một đầu ngàm, một đầu tự do có các đặc trưng sau:

Bảng 1. Kích thước và vật liệu của dầm thí nghiệm

STT	Tham số	Giá trị	Đơn vị
1	Chiều dài, L	710	mm
2	Chiều rộng tiết diện, b	60	mm
3	Chiều cao tiết diện, h	8	mm
4	Mô đun đàn hồi, E	2,03E+5	N/mm ²
5	Khối lượng riêng, ρ	7850	kg/m ³

3.2 Thiết bị thí nghiệm

Thí nghiệm sử dụng các thiết bị là máy đo dao động đa năng NI SCXI-1000DC và phần mềm LabVIEW 2011 của National Instruments, búa lực

tạo kích động đầu vào PCB 086C03 và cảm biến gia tốc đầu ra PCB 352C68 của PCB Piezotronics. Các thiết bị thí nghiệm và phần mềm đo đạc được liệt kê trong bảng 2.

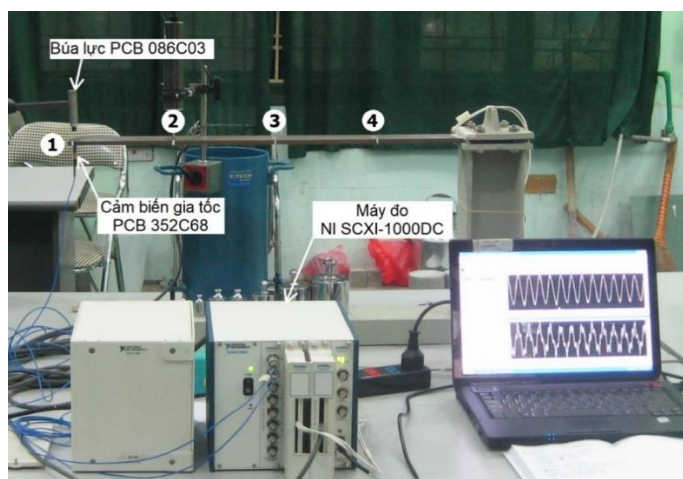
Bảng 2. Các thiết bị thí nghiệm và phần mềm đo dao động

STT	Tên thiết bị	Mã hiệu (Hãng sản xuất)	Dải đo (độ nhạy)
1	Búa lực	PCB 086C03 (PCB Piezotronics, Inc)	$\pm 2224\text{N}$ (2.25mV/N)
2	Cảm biến gia tốc	PCB 352C68 (PCB Piezotronics, Inc)	$\pm 50\text{g}$ (100mV/g)
3	Máy đo dao động	NI SCXI-1000DC (National Instruments)	Đa kênh
4	Phần mềm	LabVIEW 2011 (National Instruments)	

3.3 Sơ đồ và phương pháp thí nghiệm

Sơ đồ thí nghiệm được thể hiện trong hình 2. Trong đó, máy tính sử dụng phần mềm đo đạc LabVIEW kết nối với máy đo NI SCXI-1000DC, máy đo được kết nối với búa lực PCB 086C03 và đầu đo gia tốc PCB 352C68 – được gắn tại đầu tự do của dầm.

Kết cấu dầm được chia thành 4 phần tử, 5 nút (kể cả nút tại ngàm). Sử dụng búa lực kích động lên từng nút 1, 2, 3 và 4 một số lần. Số liệu đo lực và gia tốc theo thời gian được tự động đo và ghi lại trên máy tính bằng phần mềm LabVIEW. Số liệu đo FRF cũng có thể tự động tính toán trên LabVIEW hoặc sử dụng công cụ biến đổi Fourier nhanh trong Matlab.



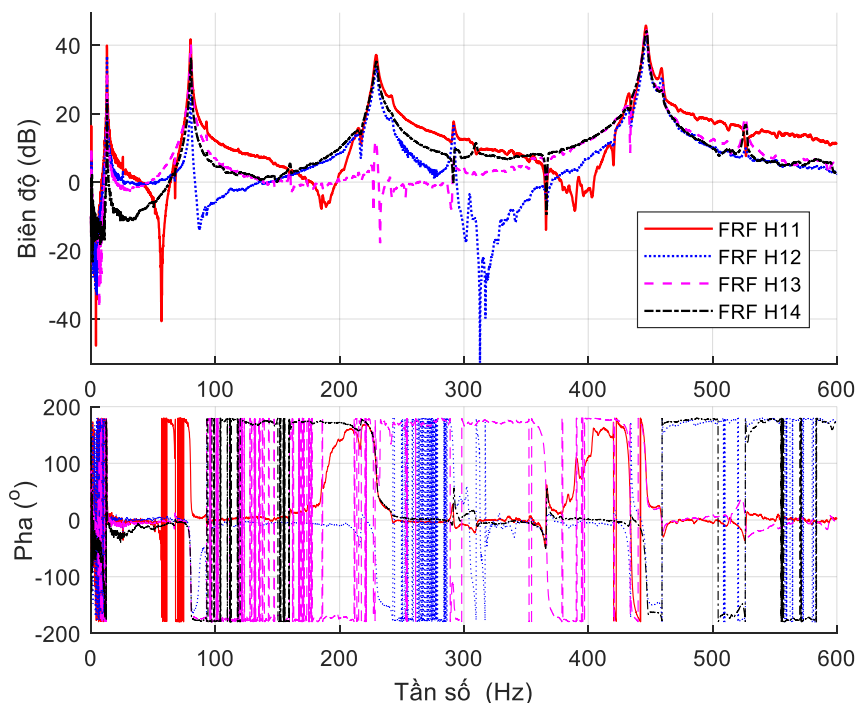
Hình 2. Sơ đồ thí nghiệm đo dao động kết cấu dầm thép

4. Kết quả thí nghiệm

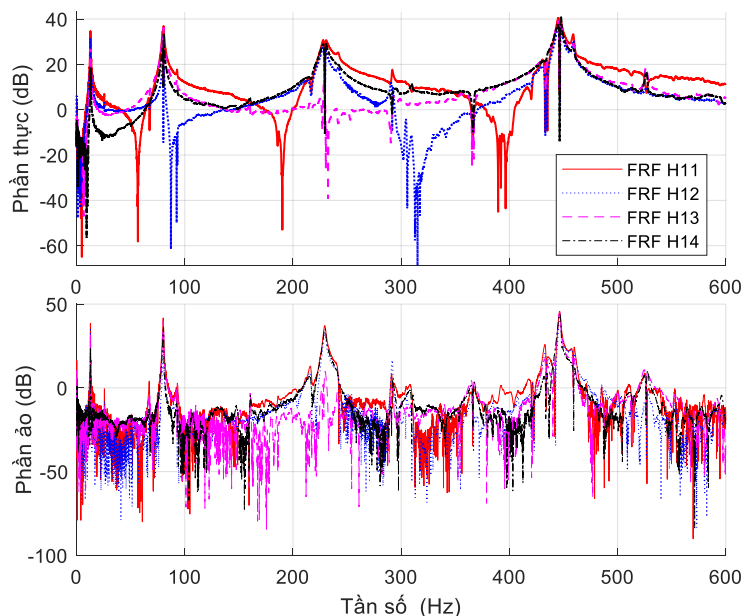
4.1 Ước lượng tần số dao động riêng và tỷ số cản

Tại mỗi điểm kích động bằng búa lực, các số liệu đo FRF được tính trung bình và thể hiện

trên các hình 3 và hình 4. Trong đó, hình 3 thể hiện đồ thị biên độ và pha của các FRF, hình 4 thể hiện đồ thị phần thực và phần ảo của các FRF.



Hình 3. Đồ thị biên độ và pha của các FRF



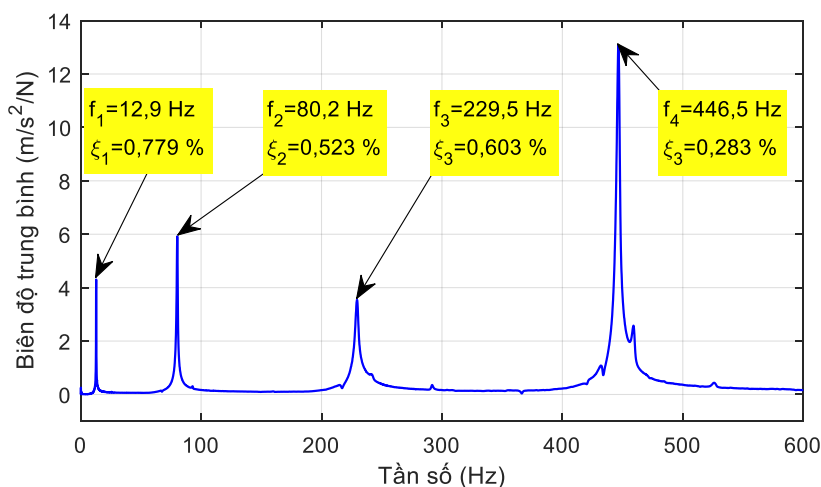
Hình 4. Đồ thị phần thực và phần ảo của các FRF

Đồ thị hình 3 và hình 4 cho thấy có 4 peak cộng hưởng tương ứng với 4 tần số dao động riêng trong dải tần số từ 0 đến 600 Hz. Để xác định các tần số dao động riêng và các tỷ số cản, thực hiện trung bình biên độ 4 FRF đo được. Kết quả đồ thị biên độ FRF trung bình được thể hiện trên hình 5. Trong đó, 4 tần số dao động riêng được nhận

dạng từ 4 peak cộng hưởng và 4 tỷ số cản được ước lượng theo công thức cơ bản của phương pháp HPB (17). Kết quả so sánh tần số dao động riêng nhận dạng từ thực nghiệm với mô hình phần tử hữu hạn (PTHH) và kết quả nhận dạng tỷ số cản theo các công thức khác nhau được cho trong bảng 3. Theo đó, sai số nhận dạng tần số dao

động riêng khá nhỏ cho thấy các số liệu thực nghiệm đo dao động kết cấu dầm thép có độ tin cậy. Kết quả nhận dạng 4 tỷ số cản có chênh lệch

không đáng kể giữa công thức cơ bản với các công thức ước lượng cản của Wang 23, Wu 24 và công thức tổng quát 12.



Hình 5. Đồ thị biên độ FRF trung bình và kết quả nhận dạng tần số dao động riêng, tỷ số cản

Bảng 3. Kết quả nhận dạng tần số dao động riêng và tỷ số cản theo phương pháp HPB

Mode	Tần số dao động riêng (Hz)			Tỷ số cản (%)			
	Thực nghiệm	Mô hình PTHH	Sai số (%)	Công thức cơ bản (17)	Công thức tổng quát 12	Theo Wang 23	Theo Wu 24
1	12,9	13,0	0,77	0,77907	0,77837	0,77898	0,77898
2	80,2	81,7	1,84	0,52307	0,52332	0,52304	0,52304
3	229,5	228,8	0,31	0,60283	0,60287	0,60279	0,60279
4	446,5	448,3	0,40	0,28275	0,28283	0,28275	0,28275

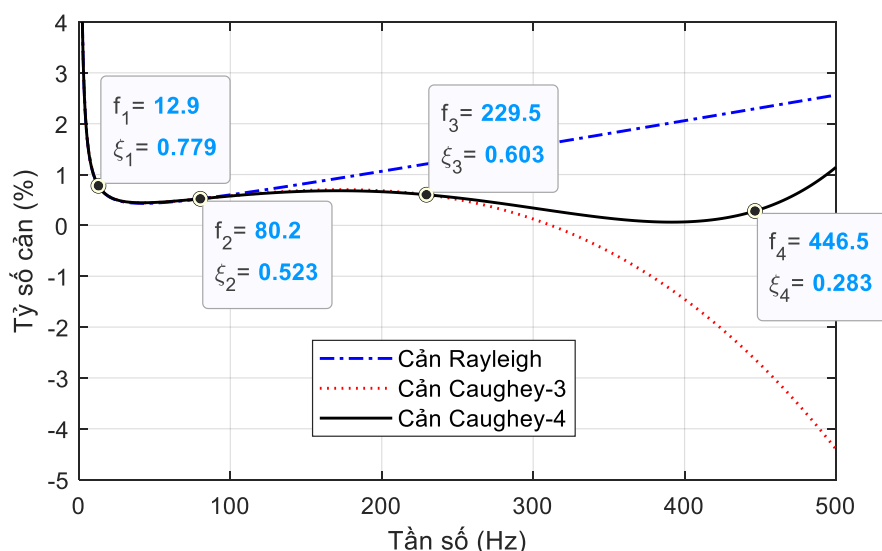
4.2 Xác định các ma trận cản

Từ các cặp tần số dao động riêng và tỷ số cản đã nhận dạng được trong bảng 3 và hình 5, giải các hệ phương trình (9) và (15) thu được các hệ số cản Rayleigh (với 2 mode đầu tiên) và Caughey (với $p = 3$ và $p = 4$) tương ứng. Các kết quả tính toán hệ số cản và công thức xác định các ma trận cản Caughey và

Rayleigh theo ma trận khối lượng và ma trận độ cứng được cho trong bảng 4. Các ma trận khối lượng và độ cứng được xác định theo phương pháp PTHH tùy thuộc số lượng phần tử. Xác định được ma trận cản có ý nghĩa quan trọng trong phân tích kết cấu chịu tải trọng động thay đổi theo thời gian và nghiên cứu sự tiêu tán năng lượng trong hệ.

Bảng 4. Giá trị các hệ số cản Rayleigh theo các phương pháp

STT	Mô hình cản	Các hệ số cản	Ma trận cản
1	Cản Rayleigh	$\alpha=1,156355118$ $\beta=1,620372249e-05$	$[C] = \alpha[M] + \beta[K]$
2	Caughey – 3 ($p = 3$)	$a_0 = 1,1486575331$ $a_1 = 1,7405733689e-05$ $a_2 = -4,6143108384e-12$	$[C] = a_0[M] + a_1[K] + a_2[K][M]^{-1}[K]$
3	Caughey – 4 ($p = 4$)	$a_0 = 1,1470217974$ $a_1 = 1,7661947568e-05$ $a_2 = -5,7176919048e-12$ $a_3 = 4,7156372443e-19$	$[C] = a_0[M] + a_1[K] + a_2[K][M]^{-1}[K] + a_3[K]([M]^{-1}[K])^2$



Hình 6. Đồ thị quan hệ giữa tỷ số cản và tần số dao động riêng theo các mô hình cản

Đồ thị sự phụ thuộc của tỷ số cản vào tần số ứng với các mô hình cản được thể hiện trên hình 6. Theo đó, mô hình cản Rayleigh chỉ xấp xỉ tối đa 2 mode đã nhận dạng, mô hình cản Caughey-3 xấp xỉ được 3 mode đã nhận dạng và mô hình cản Caughey-4 thỏa mãn cả 4 mode đã nhận dạng.

5. Kết luận

Bài báo trình bày thí nghiệm đo dao động và nhận dạng các tần số dao động riêng, các tỷ số cản nhớt của kết cấu dầm thép. Các kết quả nhận dạng tần số dao động riêng phù hợp với mô hình phân tử hữu hạn của kết cấu. Các tỷ số cản nhận dạng theo một số công thức của phương pháp HPB cho thấy sự chênh lệch không đáng kể.

Trên cơ sở thí nghiệm nhận dạng các tỷ số cản, các ma trận cản Caughey và Rayleigh được tính toán phụ thuộc vào ma trận khối lượng và ma trận độ cứng. So sánh các mô hình cản cho thấy, mô hình cản Caughey phù hợp với nhiều cặp tần số-tỷ số cản thực nghiệm hơn mô hình cản Rayleigh.

Các ma trận cản Caughey và Rayleigh xác định được có ý nghĩa quan trọng và được ứng dụng trong phân tích kết cấu chịu tải trọng động thay đổi theo thời gian và nghiên cứu sự tiêu tán năng lượng của hệ kết cấu.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- Arora V. (2015), "Direct structural damping identification method using complex FRFs", Journal of Sound and Vibration 339, pp. 304-323, <https://doi.org/10.1016/j.jsolstr.2013.09.017>.
- Caughey TK (1960). "Classical normal modes in damped linear dynamic systems", Journal of Applied Mechanics, 27 (2), 269-271.
- Caughey TK, O'Kelly MEJ (1965), "Classical normal modes in damped linear dynamic systems", Journal of Applied Mechanics, 32 (3), 583-588. <https://doi.org/10.1115/1.3627262>.
- Chen S. Y., Ju M. S. and Tsuei Y. G. (1996), "Estimation of Mass, Stiffness and Damping Matrices from Frequency Response Functions", Journal of Vibration and Acoustics, 118(1), pp. 78-82. <https://doi.org/10.1115/1.2889638>.
- Chopra A. K. (2017), "Dynamics of Structures: Theory and Applications to Earthquake Engineering", 5/E, Prentice Hall, Boston, Chap 3, 11.
- Clough R. W. and Penzien J. (2003), "Dynamics of Structures", 3/E, Computers & Structures Inc, New York, Chap 12.
- Chowdhury I, Dasgupta S.P (2003), "Computation of Rayleigh damping coefficients for large systems", The Electronic Journal of Geotechnical Engineering, Vol. 8C, ISSN 1089-3032.
- Tran, T.D., Le, A.T., Vu, D.H. (2022), "Identification Vibration Characteristics of Structures by Operational Modal Analysis (OMA) Technique", In: Akimov, P., Vatin, N. (eds) Proceedings of FORM 2021. Lecture Notes in Civil Engineering, vol 170. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-79983-0_39.
- Ewins D. J. (2000), Modal Testing: Theory, Practice, and Application, 2nd ed., Research Studies, New York, Chap 3, 4.

10. Guo Z., Sheng M., Ma J., Zhang W. (2015), "Damping identification in frequency domain using integral method", Journal of Sound and Vibration 338, pp. 237-249. <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2014.10.040>.
 11. Vũ Đình Hương (2015), "Một phương pháp mới nhận dạng đồng thời ma trận cản nhớt và ma trận cản nội ma sát của kết cấu", Hội nghị Khoa học toàn quốc Cơ học Vật rắn biến dạng lần thứ XII, Đại học Duy Tân, TP. Đà Nẵng, 7/8/2015.
 12. Vũ Đình Hương, Lê Anh Tuấn, Nguyễn Văn Trọng (2015), "Phương pháp độ rộng dải tần số tổng quát trong bài toán nhận dạng cản nhớt của kết cấu", Tạp chí Xây dựng, 3.2015, tr. 61-63.
 13. Vũ Đình Hương (2016), "So sánh các phương pháp xác định hệ số cản nhớt Rayleigh trong phân tích dao động của công trình", Tạp chí Khoa học và Kỹ thuật - Số 179 (9-2016) - Học viện KTQS, tr. 73-78.
 14. Kandge G.M (2007), "Influence of Mode Dependent Rayleigh Damping on Transient Stress Response", M.sc Thesis. Department of Mechanical Engineering, Blekinge Institute of Technology, Karlskrona, Sweden.
 15. Nashif A. D., Jones D. I., Henderson J. P. (1987), "Vibration Damping", John Wiley & Son, New York, Chap 4.
 16. Patrick Paultre (2011), "Dynamics of Structures", Wiley-ISTE, London.
 17. Rayleigh L. (1945), "The Theory of Sound", Vol.1, reprinted by Dover, New York, Originally published in 1877.
 18. Richardson M. H. & Formenti D. L. (1982), "Parameter Estimation from Frequency Response Measurements using Rational Fraction Polynomials", Proceedings of the 1st IMAC, Orlando, Florida, pp. 1-15.
 19. Spitznogle F. R., Quazi A. H. (1970), "Representation And Analysis Of Time-Limited Signals Using A Complex Exponential Algorithm", The Journal of The Acoustical Society of America, Vol. 47, No. 5 (Part I), pp.1150-1155. <https://doi.org/10.1121/1.1912020>.
 20. Tạ Đức Tuấn, TS. Lê Anh Tuấn, TS. Vũ Đình Hương (2017), Nhận dạng tần số dao động riêng của kết cấu bằng phương pháp kích động cưỡng bức, Tạp chí KHCN Xây dựng – số 1.
 21. Ta Duc, Tuan., Le Anh, Tuan., Vu Dinh, Huong. (2018), "Estimating Modal Parameters of Structures Using Arduino Platform". In: Nguyen-Xuan, H., Phung-Van, P., Rabczuk, T. (eds) Proceedings of the International Conference on Advances in Computational Mechanics 2017. ACOME 2017. Lecture Notes in Mechanical Engineering. Springer, Singapore. https://doi.org/10.1007/978-981-10-7149-2_76.
 22. Tao Zhang, Yongzhi Zuo, Haiwen Teng, Deyun Ma, Huan Liu (2014), "Study on Rayleigh Damping in Dynamic Analysis for Story-adding RC Structure of Light-weight Steel", Applied Mechanics and Materials. Vol. 482 (2014) pp 123-128. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMM.482.123>.
 23. Wang I. (2011), "An Analysis of Higher Order Effects in the Half Power Method for Calculating Damping", Journal of Applied Mechanics, 78(1), 014501. <https://doi.org/10.1115/1.4002208>.
 24. Wu B. (2015), "A correction of the half-power bandwidth method for estimating damping", Archive of Applied Mechanics, 85(2), pp. 315-320. <https://doi.org/10.1007/s00419-014-0908-0>.
- Ngày nhận bài: 20/4/2022.*
- Ngày nhận bài sửa: 17/5/2022.*
- Ngày chấp nhận đăng: 18/5/2022.*